

功與能量

用手托著一本書，然後在書本沒有受淨力的情況下把它舉高（起初有微小的向上淨力，在後段則有微小的向下淨力，平均淨力是零。）

同學問：「淨力是零，即淨力作的功是零，但書本的勢能確是增加了，那豈不是物體的機械能在沒有作功下也可以改變？」

這位同學弄錯了甚麼？

這位同學沒有完全掌握功與能量的關係。

「功—能量」關係式有以下兩款常見形式 (I) 和 (II)：

$$(I) \quad \text{WD}_{\text{淨力}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

- (a) 式(1)左方的 **WD** 是作用於物件的淨力 (net force) 所作的功。
- (b) 式(1)中沒有出現引力勢能 mgh 。不是此式只適用水平移動，而是此式的對象系統只是該物件，而不包括引力場。系統的機械能就只有物體的動能；即是說，式(1)是沒有引入(或不需要)勢能這概念。

(c) 式(1)的推導是由牛頓第二定律開始，

$$F = ma \quad \dots\dots\dots (1.1)$$

將 (1.1) 對 x 積分，得 (1)。

若加速為勻加速，

$$v^2 = u^2 + 2ax \quad \dots\dots\dots(1.2)$$

消去 (1.1) 和 (1.2) 的 a ，即可得 (1)。

「功—能量」關係的另一形式是

$$(II) \quad \text{WD}_{\text{不包括引力}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 + mg\Delta h \quad \dots\dots\dots(2)$$

(a) 式(2)左方的 **WD** 是作用於物件，引力之外的其他力所作的功。

(b) 式(2)的對象系統是該物件和引力場。系統的機械能包括了物體的動能和引力勢能。

(c) 式(1)中左方的 **WD** 是淨力作的功，把它拆為引力的功和非引力的功，把引力作的功搬到右方，就是式(2)的 $mg\Delta h$ ，所以

勢能的改變 = -引力作的功，或

勢能的改變 = 克服引力作的功。

(d) 只要是**保守力** [conservative force，意謂其功與路徑無關 (path independent)]，就可把它的功從式 (1) 的左方搬去右方，從而定義這個保守力對應的**勢能**，如**電勢能**(electric potential energy)、**彈性勢能**(elastic potential energy)。

「功 = 動能改變 + 勢能改變」中的「功」並
不包括引力作的功。

回到本問題，

(a) 若引用式 (1)， $WD_{\text{淨力}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$ 。

作用於物體的淨力 (手施於物體的力 - 重量) 是零，物體也是勻速，所以符合式 (1)。

(b) 若引用式 (2)， $WD_{\text{不包括引力}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 + mg \Delta h$

右邊的 **WD 不包括引力**，亦即是只須計算手施於物體的力所作的功。

物體向上移，故此功為正。物體是勻速，但向上移，勢能增加。

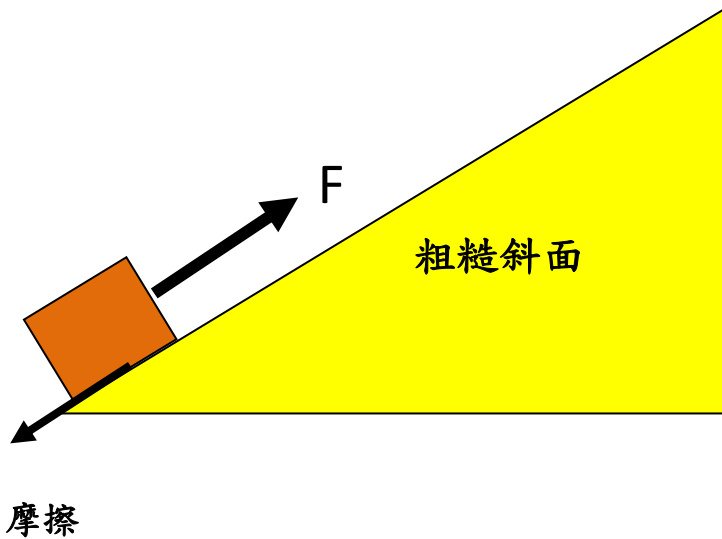
功和機械能的關係，看似簡單，但很多初學同學不易掌握。

功不是能量的一個種類，而只是通過它，物體的機械能可因而改變。

筆者在教學時，曾利用以下的一個**譬喻**來說明它們之間的關係。

考慮以下問題：

方塊受外力 F 作用，沿一粗糙斜面被拉上。方塊受的力包括 F 、摩擦和物體重量，試討論它們作的功和方塊的動能與勢能的關係。



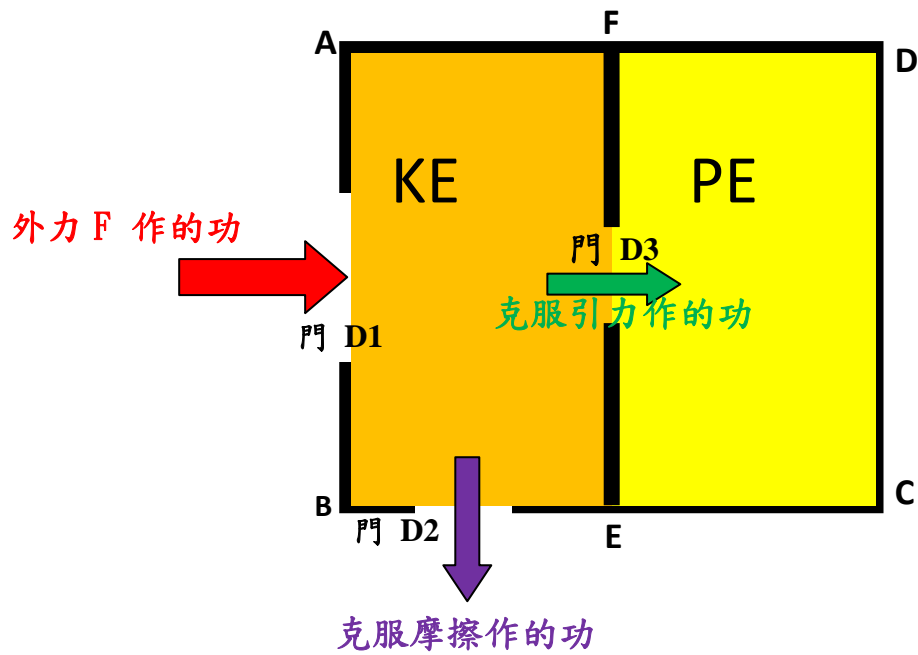
有一間屋，屋內有兩間房(左邊的叫 KE 房和右邊的叫 PE 房)。人可通過門 D1 進入這屋，離開時則利用門 D2。屋內兩房間之間有一扇門 D3。由 KE 房進入 PE 房就要利用 D3。每一扇門都設有電子感應，當有人經過每一扇門，電子感應就會把掛在該門上的一塊電子數字牌上的數字加 1。亦即上看看電子數字牌上的數字就會知道有多少人經過了該扇門。

- KE 房的人數譬喻為物體的 kinetic energy。
- PE 房的人數譬喻為物體的 potential energy。
- 每一扇門上的電子牌數字譬喻為功的值。

D1 電子牌數字：外力 F 作的功

D2 電子牌數字：克服摩擦作的功

D3 電子牌數字：克服引力作的功



- 在開始時，全屋都沒有人，所有電子數字牌的數字亦是零。
- 經過一段時間後，有人出出入入各扇門。



若果我們問的只是房間 KE 現在有多少人，那就需要看所有門(D1、D2 和 D3)上的數字。

KE 房內多了多少人 = D1 數字 - D2 數字 - D3 數字

($\Delta KE = F$ 作的功 - 克服摩擦作的功 - 克服引力作的功
= 施於物體的淨力作的功)



但若果我們問的全屋，即是 KE 房加 PE 房內共有多少人，那明顯我們是不需要考慮進出 D3 的數字。

整間屋內多了多少人 = D1 數字 - D2 數字

$(\Delta KE + \Delta PE = F \text{ 作的功} - \text{克服摩擦作的功})$
 $= WD$ (不包括引力)

吳老師 (Chiu-king NG)

Online Physics Applets