

如何用初中物理和數學解釋人造衛星繞地球運行的道理？

試這樣逐步講：

1. 釋放手中物體，物體受地心吸力作用垂直跌下。



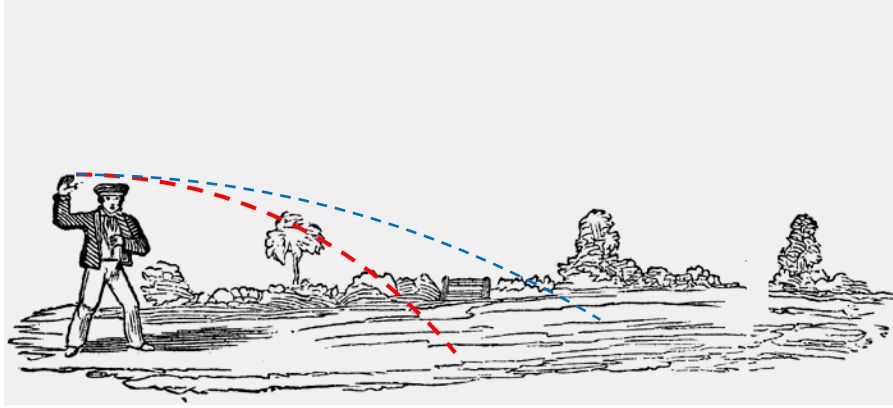
公式：
$$y = ut + \frac{1}{2}at^2$$

初速 $u = 0 \text{ ms}^{-1}$ $g = 10\text{ms}^{-2}$

物體在 1 s 下跌的高度 $y = (0)(1) + \frac{1}{2}(10)(1)^2 = 5\text{m}$

把物體釋放開，滴答 1s 後，物體就跌了 5 m。

2. 但把物體水平拋出，物體會沿曲線的軌跡下落，跌在我們的前方。

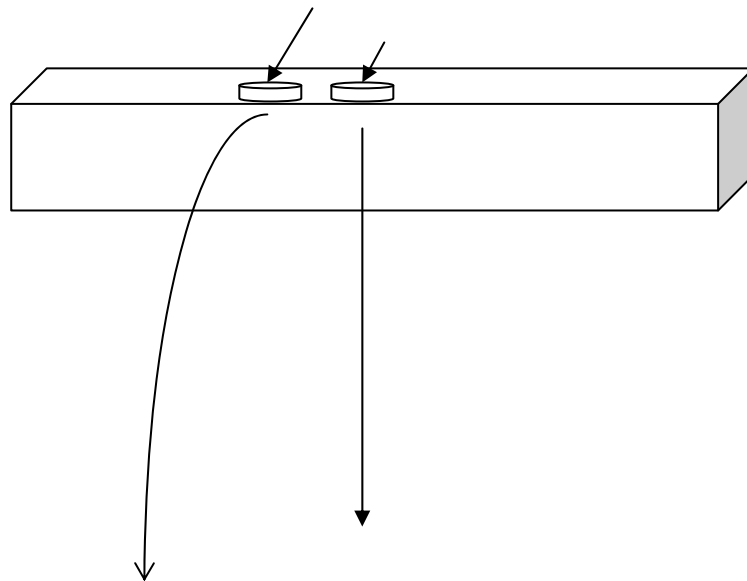


拋出的速度越高，物體就落在越遠位置。

這個拋物線運動和垂直跌下的有甚麼分別？

我們進行以下實驗：

在檯的邊緣並排放兩個銀幣。



用手指同時把這兩個銀幣水平彈出：一個射出的速度大；另一個則輕輕被推出，是差不多垂直跌下。

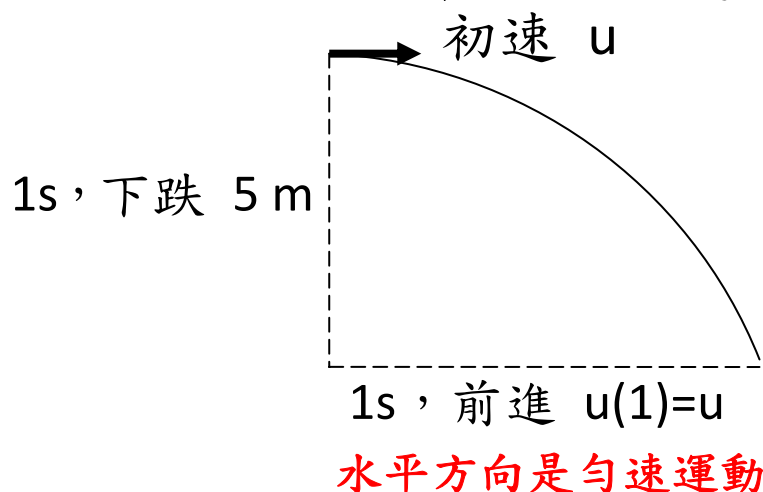
我們用耳朵去聽，聽聽哪銀幣先到達地面。

答案是同時到達。即是無論有沒有水平初速，其下跌的情況(垂直方向的運動)無異；差別的只是落地的位置。

既然垂直跌下的是“首 1s，跌 5m”。而現在又証明了以水平拋射的和垂直跌下的同時到地，所以前者雖然是以水平拋出，仍然是“首 1s，下跌 5m”。

換句話說，地心吸力是影響不了水平方向的運動。水平方向的運動應該只不過是沒有加速的勻速運動 (uniform motion)。

落地的位置是決定於水平發射的初速，



3. 我們居住的地球是圓的，地面不是平的。

我們向前行走，水平線就會下跌。

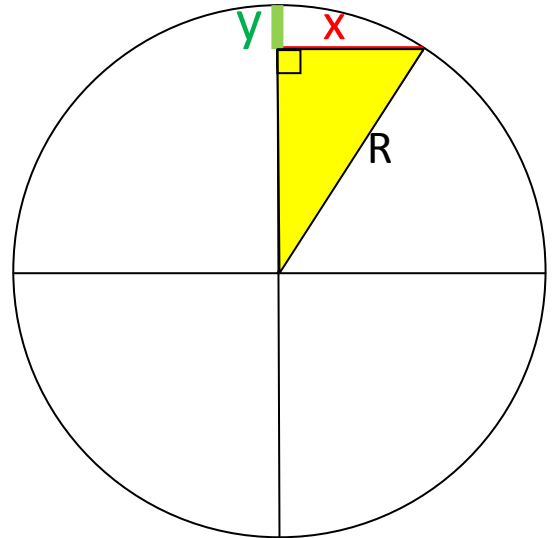
地球半徑 $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

運用畢氏定理於圖中的黃色三

角形， $R^2 = (R - y)^2 + x^2$

$$R^2 = R^2 - 2Ry + y^2 + x^2$$

$$x = \sqrt{2Ry - y^2} \dots\dots\dots(1)$$

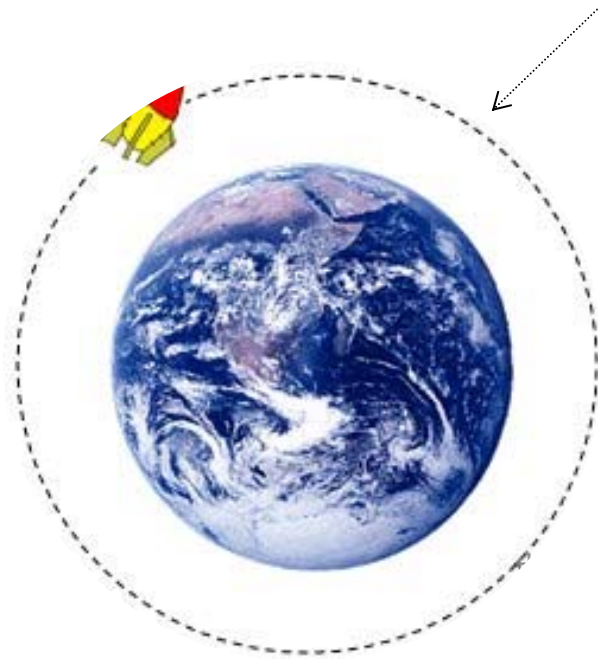


若果 $y = 5 \text{ m}$ ， $x = \sqrt{2(6.4 \times 10^6)(5) - 5^2}$
 $= 8000 \text{ m}$

沿地面向前行 8000 m，水平線下跌 5m。

4. 這樣推想：若 (2) 討論的拋物體（首 1s，下跌 5m）與(3)討論的地球表面下跌（前行 8000m，水平下跌 5m）配合，那拋物體下跌高度 = 水平面下跌，這豈不是物體與地面的真正高度沒有減少！是的，可以的，但要達到這樣的配合，那就要求拋物體需要在 1s，前進距離 8000m。這即是說物體的水平速度如果是 8000 ms^{-1} ，那就出現上述的配合，即是物體跌也跌不到地面。

上述的就是人造衛星，在地球的引力作用下圍繞地球轉行的道理。



衛星受地心吸力作用，它不斷跌向地面。但如果這下跌的幅度與地面的彎曲幅度完全相同，這兩個彎曲就可互相抵消。衛星與地面的高度就沒有實質改變。

要出現這情況，近地面的衛星的**速度就必須是 8000 ms^{-1}** 。

某人的每月總開支是 \$8000 ，而這人的每月收入也是 \$8000（月光族）。所以一個月後，這人的財富沒有多了，也沒有少了。

人造衛星運行時，也受地心吸力作用，不斷跌向地面。

但衛星運行的速度，保證地面與衛星同步下跌同一幅度，是故衛星最終跌不到地面來。

同學或會問：由靜止釋放的自由落體只是首 1s，才跌 5m。以上的討論可適用於很多秒後的 1s 嗎？ 可適用的，只要是衛星的 velocity 是 8000 ms^{-1} 。因為在任何時間，衛星與地面同步“下跌”，即是在任何時候，衛星的 velocity 相對地面都是水平。

另一些有趣的相關數字：

1. 比較聲速 (340 ms^{-1})， 8000 ms^{-1} 約莫是聲速的 24 倍。

$$\begin{aligned} \text{近地人造衛星的 velocity} &= 8000 \text{ ms}^{-1} \\ &= \text{Mach } 24 \end{aligned}$$

這個“音速 24 倍”是不容易達到的。



F-16 戰機的最高速是 Mach 2+

所以，發射衛星的火箭要那麼巨大；要盛載大量能量，才可把衛星加速至 Mach 24。

2. 以 8000 ms^{-1} 繞地球一圈的時間：

$$T = \frac{\text{距離}}{\text{速度}} = \frac{2\pi(6.4 \times 10^6)}{8000} = 5027\text{s} = 84\text{min} \approx 1.5\text{h}$$

以後，當有近地 ($\sim 300 \text{ km}$) 衛星或繞地球太空船發射時，大家不妨留意這幾天的相關新聞報導。你不難會看見諸如“音速廿幾倍”、“繞地一次個多小時”、“一日見到日出十幾次”等的類似報導。

吳老師 (Chiu-king Ng)