

方均根電壓

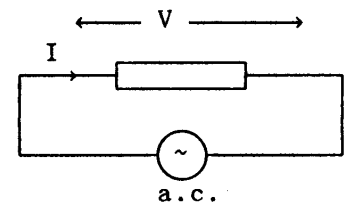
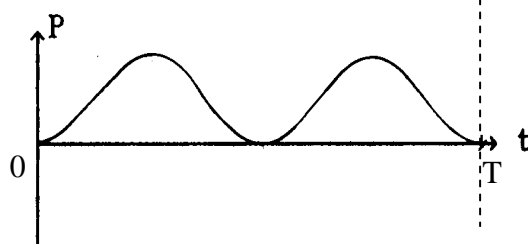
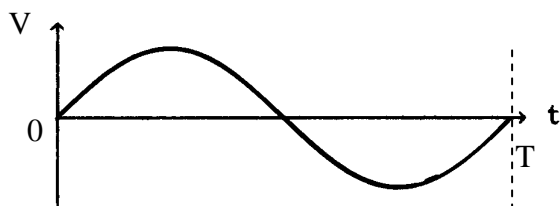
當電阻的電壓是交流電壓 $V(t)$ ，功率 V^2/R 隨時間改變。若把每週期消耗的能量除以週期，此為之平均功率。

若某直流電壓施於同一電阻時的功率與交流電壓的平均功率相同，此直流等效電壓是該交流電壓的方均根 (root-mean-square) 值*。

* 較多人採用的譯名是「均方根」。

完整正弦波形：

電阻 R 的電壓： $V = V_0 \sin \omega t$



R 的瞬時功率，

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{V_0^2}{R} \sin^2 \omega t$$

R 的平均功率，

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P dt = \frac{1}{T} \frac{V_0^2}{R} \int_0^T dt \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{R} = \frac{\left(\frac{V_0}{\sqrt{2}}\right)^2}{R}$$

穩定直流電壓 V_{dc} 的功率是 $\frac{V_{dc}^2}{R}$ ，若此功率與交流電的平均功率相同，則

$$\frac{V_{dc}^2}{R} = \frac{\left(\frac{V_0}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} \quad , \text{ 即是 } V_{dc} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

此 V_{dc} 稱為該交流電的方均根值 (V_{rms})。

完整正弦波形 $V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$

有了 V_{rms} ，計算負載電阻 R 的平均功率就方便了。

$$\bar{P} = \frac{V_{rms}^2}{R} = I_{rms}^2 R = V_{rms} I_{rms}$$

(如 d.c. 般那樣計算功率)

計算方均根值三步曲

計算 $y(t)$ 的方均根值，就是依次序進行「方」、「均」和「根」三個步驟。Root-Mean-Square 就要先 "Square"，然後 "Mean"，最後是 "Root"。

1. 將含時間的 $y(t)$ 平方。
2. 將 $y^2(t)$ 取一週期的平均值。
3. 最後，取平均值的平方根。

$$y_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{y^2}}$$

例： $y(t) = a + b\cos(\omega t)$ ，其中 a ， b 和 ω 是常數。求 y_{rms}

步驟 1: 方 "Square" $y^2(t) = a^2 + 2ab\cos(\omega t) + b^2\cos^2(\omega t)$

步驟 2: 均 "Mean" $\overline{y^2(t)} = \overline{a^2 + 2ab\cos(\omega t) + b^2\cos^2(\omega t)}$

(i) a^2 是常數，所以 $\overline{a^2} = a^2$

(ii) $\cos(\omega t)$ 是一完整 cosine 曲線，

$$\overline{2ab\cos(\omega t)} = 2ab\overline{\cos(\omega t)} = 0$$

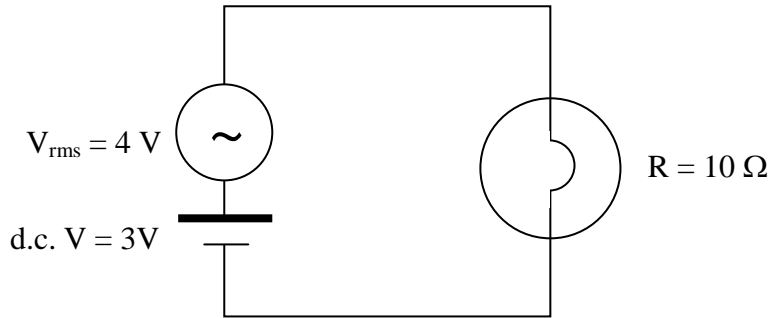
(iii) $\overline{\cos^2(\omega t)} = \frac{1}{T} \int_0^T dt \cos^2 \omega t = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \right) dt = \frac{1}{2}$

所以 $\overline{y^2(t)} = a^2 + b^2/2$

步驟 3: 根 "Root"

$$y_{\text{rms}} = \sqrt{y^2} = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{2}}$$

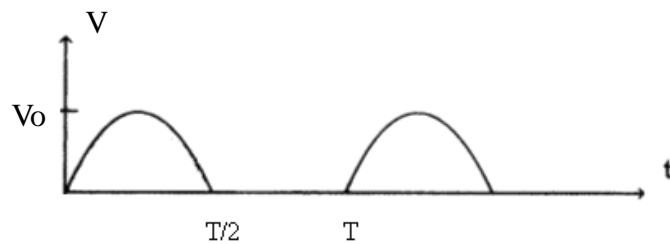
練習：



求 R 的平均均率。

(提示：運用上例結果， $y_{\text{rms}} = \sqrt{a^2 + (\frac{b}{\sqrt{2}})^2}$)

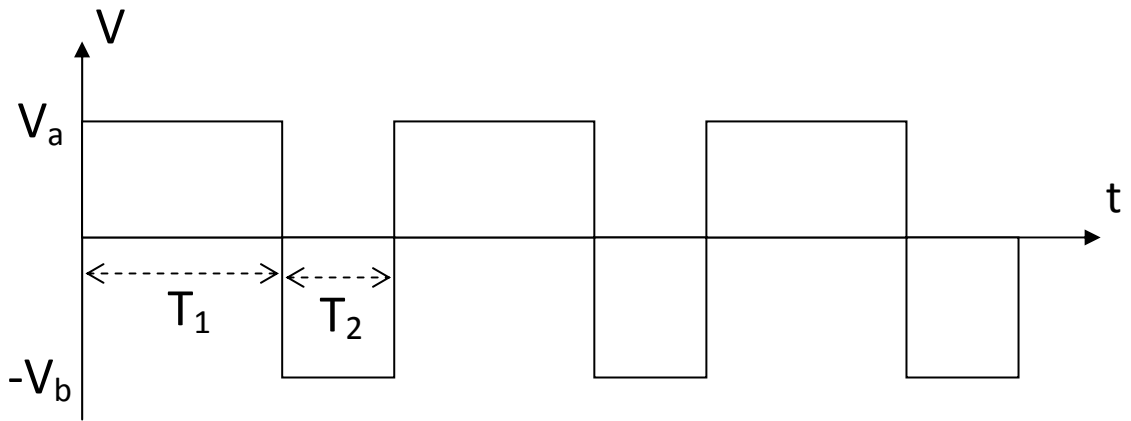
半正弦波形：



$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P dt = \frac{1}{T} \frac{V_0^2}{R} \int_0^{T/2} dt \sin^2 \omega t = \frac{1}{4} \frac{V_0^2}{R} = \frac{(\frac{V_0}{2})^2}{R}$$

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_0}{2}$$

方形波:



$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{V_a^2 T_1 + V_b^2 T_2}{T_1 + T_2}}$$

If $T_1 = T_2 = T/2$

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{V_a^2 + V_b^2}{2}}$$

吳老師 (Chiu-king Ng)

Online Physics Applets