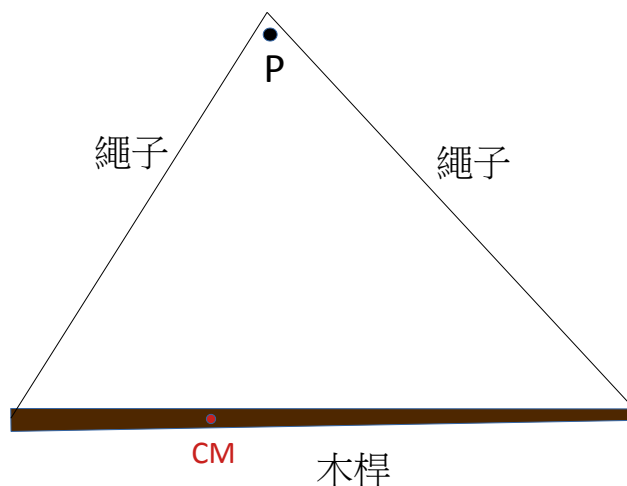
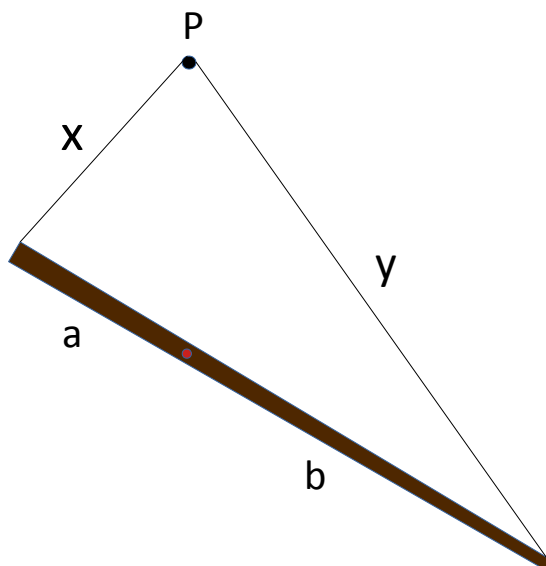


下圖，P 為一枚圖釘，繩可在它的光滑無摩擦的表面繞過。繩子的質量可以忽略不計。木桿的重心 (CM) 不在 桿的中央。

(i) 試解釋為何當木桿橫放時，木桿不可能平衡。



(ii) 如下圖顯示般把木桿傾斜懸掛，木桿可以平衡，唯木桿重心須在 P 之下 及 滿足條件 $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ 。試證明之。



平衡條件：

- A) { 相對任何一點的淨力矩 (net moment) 為零，及
 { 水平方向的淨力為零
 { 垂直方向的淨力為零

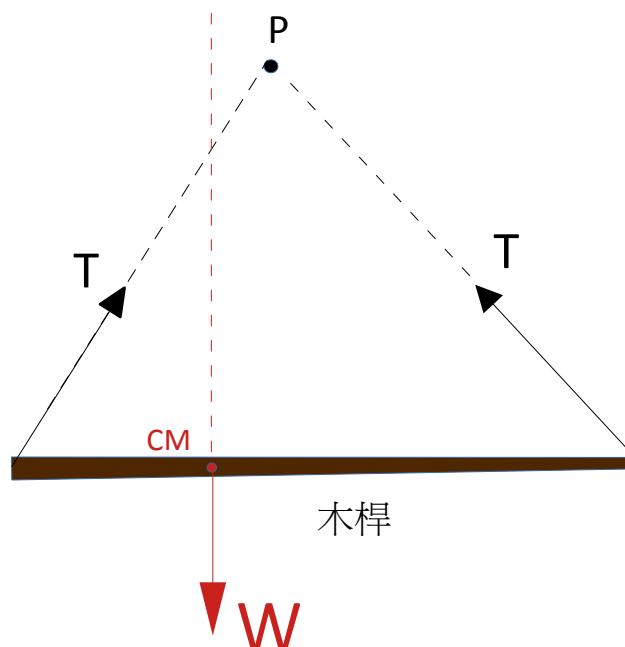
或

- B) 相對任何不同兩點的淨力矩 (net moment) 俱為零



(i)

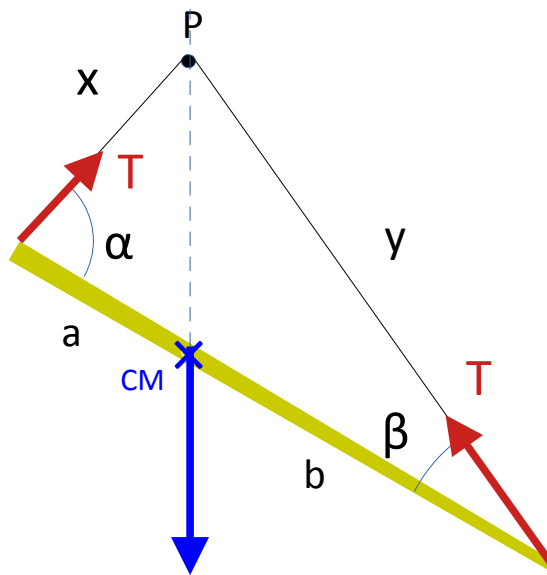
繩子繞過的圖釘表面平滑無摩擦，故（左右）繩的張力相同。



相對 P，左右 T 的力矩 (moment) 俱零，但 W 的力矩非零。

故木桿不平衡

(ii)



① CM 在 P 之下，所以相對 P ，淨力矩為零。及

② 相對 CM 的淨力矩也須為零，

$$T a \sin \alpha = T b \sin \beta$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \quad (1)$$

運用正弦定律 (sine law)，

$$\frac{x}{\sin \beta} = \frac{y}{\sin \alpha} \quad , \text{ 即是}$$

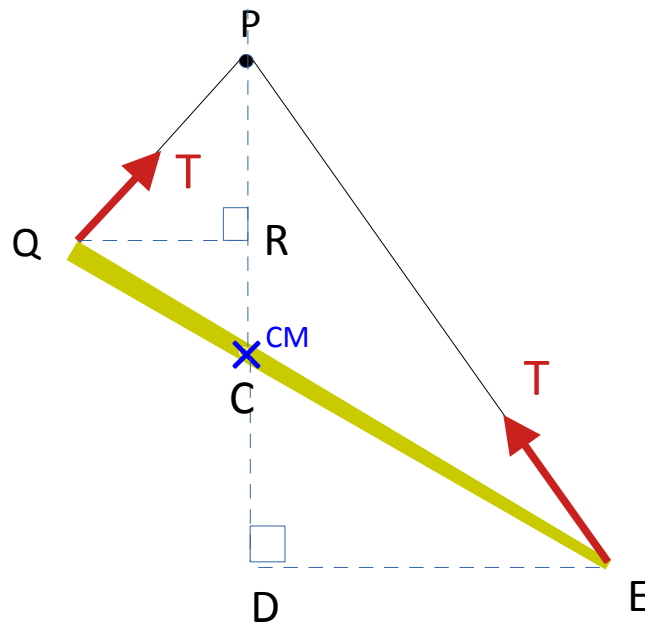
$$\frac{x}{y} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \quad (2)$$

由 (1) 和 (2)，得

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}。$$



在以上步驟 ②，我們不使用“相對 CM 的淨力矩為零”，而是用“水平方向淨力為零 + 垂直方向淨力為零”也可以。



水平方向淨力 = 0，即是

$$T \cos \angle PQR = T \cos \angle PED，或$$

$$\frac{QR}{PQ} = \frac{DE}{PE}，或$$

$$\frac{QR}{DE} = \frac{PQ}{PE}。 \quad (3)$$

另一方面， $\Delta QRC \sim \Delta EDC$ ，所以

$$\frac{QR}{DE} = \frac{QC}{CE} \quad (4)$$

由式(3)和式(4)，得

$$\frac{PQ}{PE} = \frac{QC}{CE}。$$

亦即是

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b} \quad (5)$$

註：這裏，我們只需用“水平方向淨力為零”已足夠證明式(5)。“垂直方向淨力為零”是用來求 T 與木桿重量的關係。



作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

<http://phy.hk>

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數