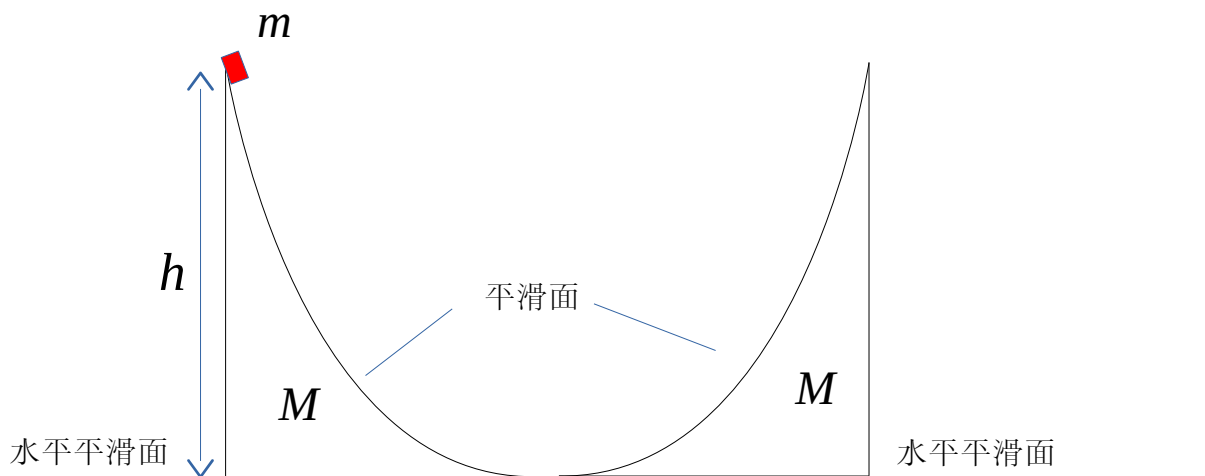


問題：



一質量為 m 的小方塊從高度 h 沿左邊楔子的曲斜面滑下，之後過度去右邊的楔子。問 m 能夠在右邊楔子上升多高？所有接觸面的摩擦均可忽略。兩楔子的質點均為 M 。

解答：

此問題涉及兩個概念，一是機械能 (mechanical energy) 守恆、二是動量 (momentum) 守恆。

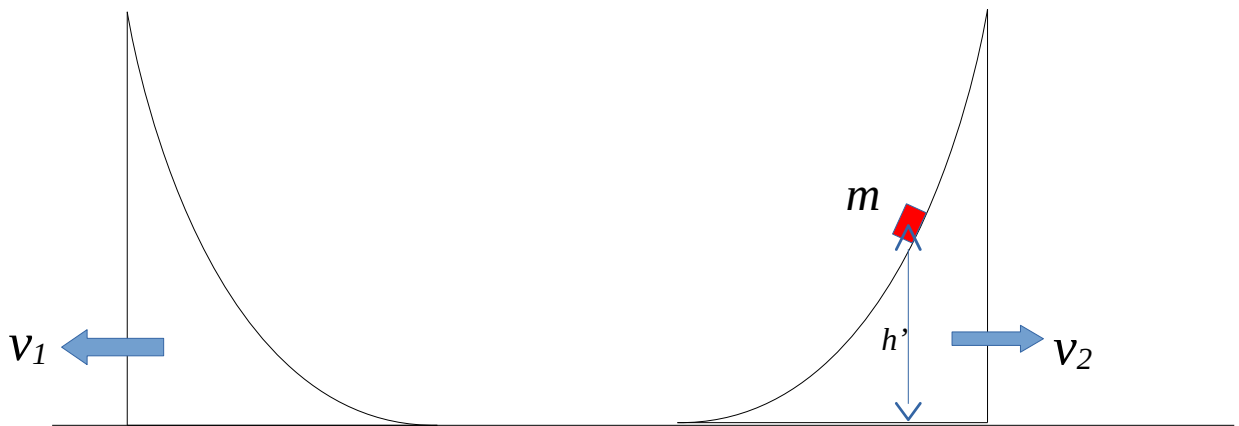
最開始

機械能 $E_1 = mgh$

水平動量 = 0

(只是水平動量守恆。因為地心吸力，故垂直方向動量不守恆)

當 m 升至右楔子最高點時， m 相對右楔子靜止，故那時 m 和右楔子的速度相同。以下圖的符號標示未知值，



全程最後

機械能 $E_2 = \frac{1}{2} M v_1^2 + mgh' + \frac{1}{2} (M + m) v_2^2$

水平動量 = $Mv_1 + (M + m)v_2$

機械能 (mechanical energy) 守恒， $E_1 = E_2$ ，i.e.

$$mgh = \frac{1}{2}Mv_1^2 + mgh' + \frac{1}{2}(M + m)v_2^2 \quad (1)$$

動量(momentum) 守恒，

$$Mv_1 + (M + m)v_2 = 0 \quad (2)$$

同學可能納罕，兩條公式不足以解三個未知值 v_1 , v_2 及 h' 。我們還漏了一個甚麼關係？

停一停，想一想。

有頭緒嗎？

遺漏了甚麼？ E_2 的那幾個能量還存在一個隱性關係。這是關乎它們是如何變過來。

以下紅色那項和藍色那兩項存在比例 $m : M$ 。

$$E_2 = \frac{1}{2} M v_1^2 + [mgh' + \frac{1}{2}(M + m)v_2^2]$$

當 m 從左楔子滑落至平地時， mgh 分為兩部份，一份是 $\frac{1}{2} M v_1^2$ ，另一份是 $\frac{1}{2} mu^2$ ，其中 u 是 m 在平地的速度。而 $\frac{1}{2} mu^2$ 之後再演變成 $[mgh' + \frac{1}{2}(M + m)v_2^2]$ 。

m 從左楔子滑落至平面時，動量也守恆， $Mv_1 + mu = 0$ 。

所以，

$$\frac{1}{2} M v_1^2 : \frac{1}{2} mu^2 = m : M, \text{ 或}$$

$$\frac{1}{2} M v_1^2 : [mgh' + \frac{1}{2}(M + m)v_2^2] = m : M \quad (3)$$

多了式 (3)，問題可解。最後，我們得到

$$h' = \left(\frac{M}{M + m} \right)^2 h$$

以上這樣解題不是好方法（雖然可以「考起」人）！

如果我們分兩個步驟

步驟 1：從左楔子到平地面，

$$mgh = \frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2} mu^2$$

$$Mv_1 + mu = 0$$

步驟 2：從平地面上右楔子

$$\frac{1}{2} mu^2 = mgh' + \frac{1}{2} (M + m) v_2^2$$

$$mu = (M + m) v_2$$

以上 4 條公式足夠解 4 個未知值 u, v_1, v_2 及 h' 。

這樣，解題就會順利得多。



作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

<http://phy.hk>

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數