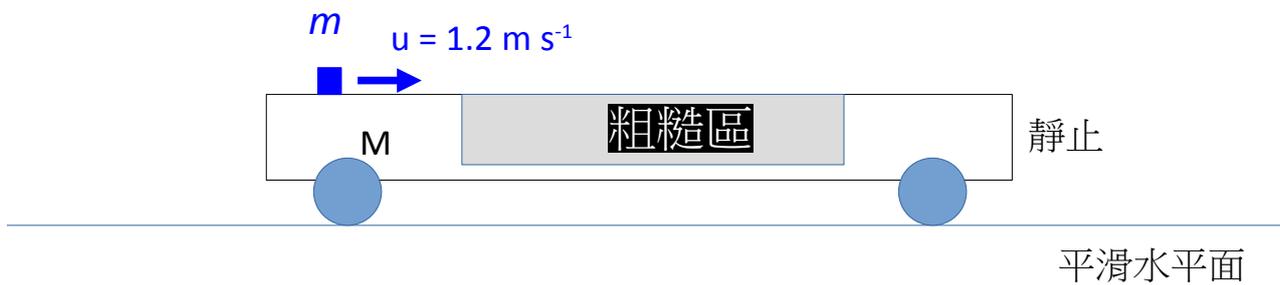


問題：



上圖所示，地面水平及平滑無摩擦。長車頂表面前後平滑無摩擦，但中間有一段長 $L = 0.7 \text{ m}$ 的粗糙區。

長車原來靜止，現有一小方塊從長車頂左平滑區以速度 $u = 1.2 \text{ m s}^{-1}$ 進入粗糙區。

已知長車質量 $M = 0.5 \text{ kg}$ 、小方塊質量 $m = 0.1 \text{ kg}$ ，及小方塊在粗糙區滑行時受到的摩擦是 $f = 0.1 \text{ N}$ 。

老師：「究竟小方塊最後有沒有離開那 0.7 m 長的粗糙區？」

文生：「會。小方塊 m 在進入粗糙區時的動能 $KE = mu^2/2 = 0.1(1.2)^2/2 = 0.072 \text{ J}$ 。另一方面，在整段粗糙區， m 要克服摩擦 $f = 0.1 \text{ N}$ 作的功 $W = 0.1 \text{ N} \times 0.7 \text{ m} = 0.07 \text{ J}$ 。換言之， m 原來擁有的動能是足夠它在摩擦區損耗有餘，是足夠它可以「捱」到完全橫越這個摩擦區。」

文生說得對嗎？請分析。

解答：

文生說得不對。他的主要論點： m 擁有的動能可以全部拿來抗衡摩擦而用掉 — 這純是一廂情願想法。

或許，文生是想起了以下這例子：



m 最後在粗糙區停下。在這例，的確， $\frac{1}{2}mu^2 =$ 克服摩擦作功。

但是，本題目的粗糙區是在長車頂，不是在地上，長車下的地面無摩擦。當 m 在車頂粗糙區滑行，無可避免，摩擦會同時把靜止的 M 拖行， M 因此獲得動能，這些給了 M 動能也無法「回收」作他用。換言之，不像在地上滑行， m 的原動能不能百分百拿來「克服摩擦作功」。

以物理術語說，「動量守恆（conservation of momentum）」是背後的規律。

本問題的物理與兩物體一維碰撞沒有基本分別。

兩物體碰撞，有一種極端情況稱為「完全非彈性碰撞（completely inelastic collision）」。這就是在諸多碰撞結果中總動能（total KE）可以損耗得最厲害的情況，這是發生於當碰撞後兩物體黏住一起（有共同速度）。即是，沒有另一情況比這動能損耗得更多的。

如果 m 和 M 最後真可獲得共同速度 v_f ，

利用動量守恆定律 $mu = (m+M)v_f$ ，

$$v_f = \frac{mu}{m + M} = \frac{0.1 \times 1.2}{0.1 + 0.5} = 0.2 \text{ ms}^{-1}。$$

即是說， m 原先擁有的動能（0.072 J）中的這部分

$$\frac{1}{2}(m+M)v_f^2 = \frac{1}{2}(0.1+0.5)0.2^2 = 0.012 \text{ J} \text{ 必須（起$$

碼）保留，不能損耗掉。

可以損耗的最多只有 $0.072 - 0.012 = 0.06 \text{ J}$ ，這損耗的能量用作克服摩擦作的功，

$$\begin{aligned} 0.06 &= fd \\ &= (0.1) \\ d &= 0.6 \text{ m} < L \end{aligned}$$

即是， m 無論如何也不能離開那粗糙區。

整個故事這樣說：

當 m 進入摩擦區， m 受到的摩擦 f 是向後，但作用力與反作用力， M 也受了向前的 f' (f 的反作用力)。 f 令 m 減速；而 f' 令 M 加速。 m 的速度從 u 下跌， M 的速度從 0 上升。當 m 在粗糙區行前了 0.6 m ，它們的速度已變得相同 (v_f)。

之後， m 在粗糙區不再滑行 (**slide**)，摩擦消失， m 和 M 可以一路以 v_f 勻速前行 (路面平滑無摩擦)。 m 也繼續保持在粗糙區同一位置，不進也不退。



作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

<http://phy.hk>

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數