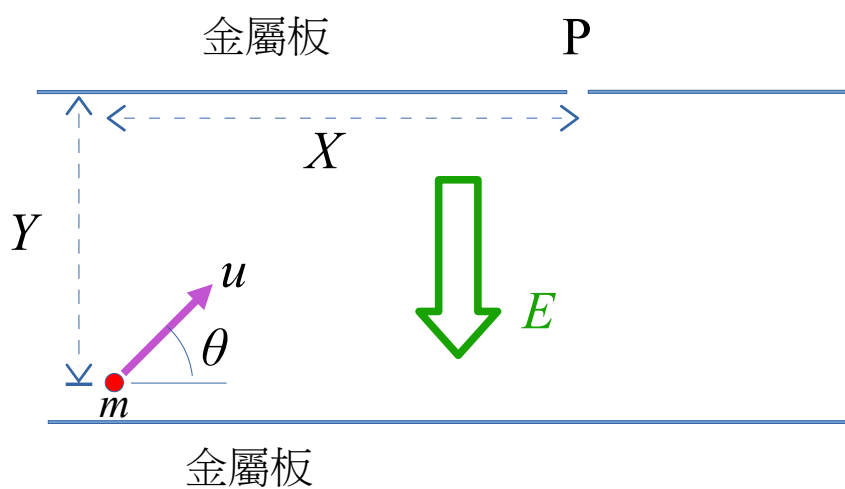


問題：



一均勻電場 E 充斥兩金屬板之間的空間，其方向如圖所示。若 m 攜帶

(a) 正電荷 $+q$ ，或

(b) 負電荷 $-q$ ，

粒子 m 的初速 u 和發射角 θ 應為何值可使 m 能夠穿越小洞 P？

解答

基礎的拋物體問題。

✿ 水平方向：

$$\text{初速 } u_x = u \cos \theta$$

$$\text{加速 } a_x = 0$$

$$\text{速度 } v_x = u \cos \theta$$

$$\text{位移 } x = (u \cos \theta) t \quad (1)$$

✿ 垂直方向：

$$\text{初速 } u_y = u \sin \theta$$

$$\text{加速 } a_y = \frac{q(-E)}{m} \quad (\text{取向上方向為正})$$

$$\text{速度 } v_y = u_y + a_y t$$

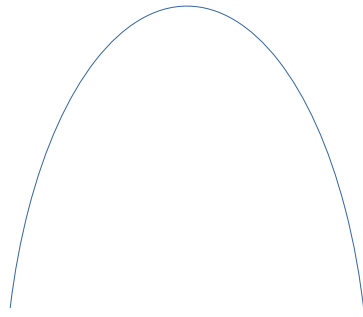
$$v_y = u \sin \theta - \frac{qE}{m} t \quad (2)$$

$$\text{位移 } y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

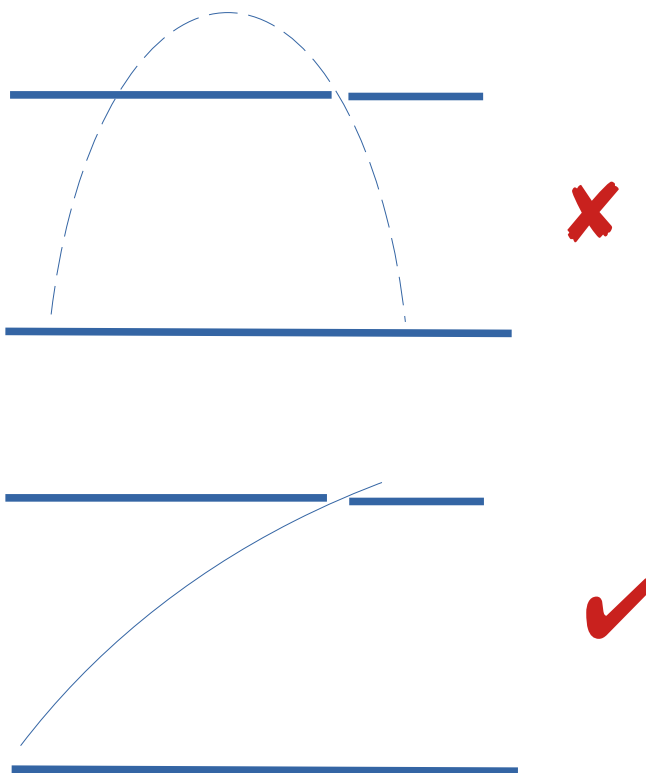
$$y = (u \sin \theta) t - \frac{qE}{2m} t^2 \quad (3)$$

(a) m 攜帶正電荷 $+q$

m 的軌跡是向下開口(opens downwards) 的拋物線 (因為 t^2 前的係數 < 0)



但若 m 能夠穿越小洞 P，那經過洞 P 時 v_y 必為正。



* 代 $x = X$ 入式 (1)，然後把 t 代入式 (2)，並要求 $v_y > 0$

$$u \sin \theta - \frac{qE}{m} \left(\frac{X}{u \cos \theta} \right) > 0, \text{ 或}$$

$$\sin\theta \cos\theta > \frac{qE}{m} \left(\frac{X}{u}\right) \quad (4)$$

* 代 $x = X$ 入式 (1)，然後把 t 代入式 (3)，並設 $y = Y$ 。得

$$Y = X \tan\theta - \frac{1}{2} \frac{qE}{m} \left(\frac{X}{u \cos\theta}\right)^2, \text{ 或}$$

$$\frac{1}{u^2} = \frac{2m \cos^2\theta}{qEX^2} (X \tan\theta - Y) \quad (5)$$

$$\therefore \frac{1}{u^2} > 0$$

$$\therefore X \tan\theta - Y > 0$$

$$\therefore \tan\theta > \frac{Y}{X} \quad (6)$$

另外，利用式 (5)，簡化式 (4) 再得

$$\tan\theta < \frac{2Y}{X} \quad (7)$$

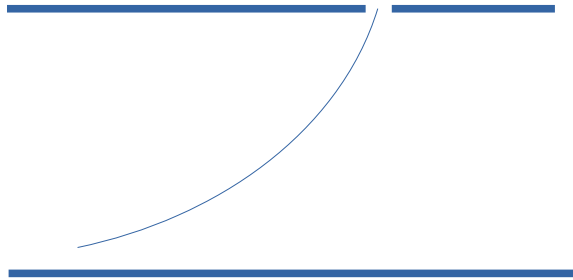
* 所以，對 θ 的要求是 $\frac{Y}{X} < \tan\theta < \frac{2Y}{X}$

* 符合上式的 θ ，然後利用式 (5) 求 u 。

(b) m 攜帶負電荷 $-q$

把上式的 q 改為 $-q$ 就可以了。

m 的軌跡是向上開口(opens upwards) 的拋物線 (因為 t^2 前的係數 > 0)



這時 v_y 恆為正。

式 (5) 變成

$$\frac{1}{u^2} = \frac{2m \cos^2 \theta}{-qEX^2} (X \tan \theta - Y), \text{ 或}$$

$$\frac{1}{u^2} = \frac{2m \cos^2 \theta}{qEX^2} (Y - X \tan \theta). \quad (8)$$

* 所以，對 θ 的要求只是 $\tan \theta < \frac{Y}{X}$

* 符合上式的 θ ，然後利用式 (8) 求 u 。



作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

<http://phy.hk>

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數