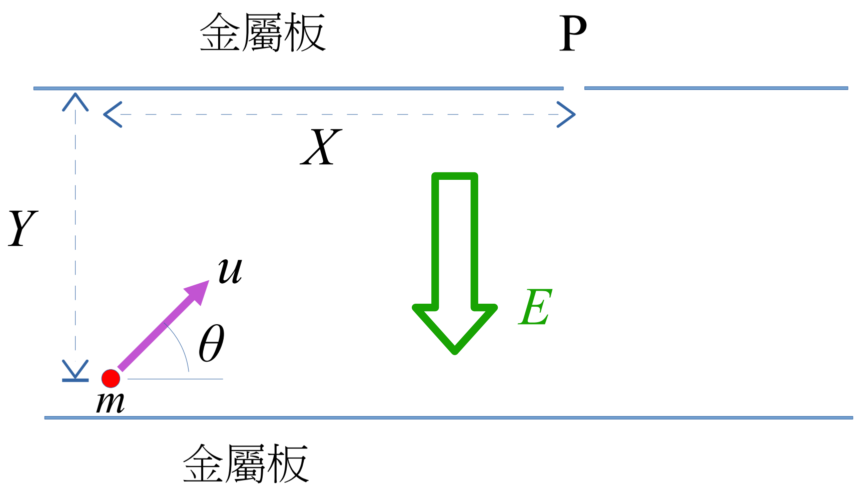
問題：



一均勻電場 E 充斥兩金屬板之間的空間，其方向如圖所示。若 m 攜帶

(a) 正電荷 $+q$，或

(b) 負電荷 $-q$，

粒子 m 的初速 u 和發射角 θ 應為何值可使 m 能夠穿越小洞 P？

解答

抛物體基礎：

✷ 水平方向：

初速 $u_x = u \cos \theta$

加速 $a_x = 0$

速度 $v_x = u \cos \theta$

位移 $x = (u \cos \theta)\, t$ (1)

✷ 垂直方向：

初速 $u_y = u \sin \theta$

加速 $a_y = \dfrac{q(-E)}{m}$（取向上方向為正）

速度 $v_y = u_y + a_y t$

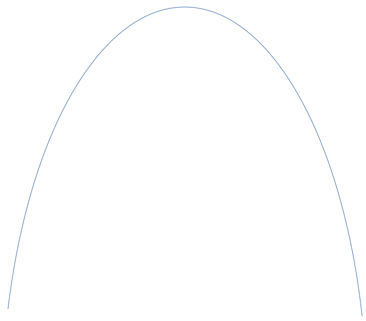
$$v_y = u\sin\theta - \frac{qE}{m}t \qquad (2)$$

位移 $y = u_y t + \dfrac{1}{2}a_y t^2$

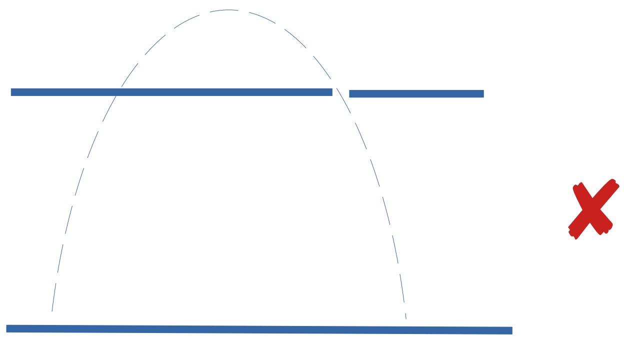
$$y = (u\sin\theta)t - \frac{qE}{2m}t^2 \qquad (3)$$

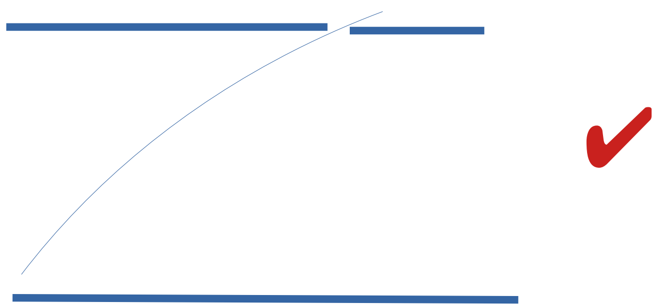
(a) m 攜帶正電荷 $+q$

m 的軌跡是向下開口(opens downwards) 的拋物線（因為式（3）t^2 前係數 <0）



但若 m 能夠穿越小洞 P，那經過洞 P 時 v_y 必為正。





✴ 代 $x = X$ 入式（1），然後把 t 代入式（2），並要求 $v_y > 0$

$$u\sin\theta - \frac{qE}{m}\left(\frac{X}{u\cos\theta}\right) > 0$$，或

$$\sin\theta\cos\theta > \frac{qE}{m}\left(\frac{X}{u^2}\right) \text{。} \qquad (4)$$

✷ 代 $x = X$ 入式（1），然後把 t 代入式（3），並設 $y = Y$。得

$$Y = X\tan\theta - \frac{1}{2}\frac{qE}{m}\left(\frac{X}{u\cos\theta}\right)^2 \text{，或}$$

$$\frac{1}{u^2} = \frac{2m\cos^2\theta}{qEX^2}(X\tan\theta - Y) \text{。} \qquad (5)$$

$$\because \frac{1}{u^2} > 0$$

$$\therefore X\tan\theta - Y > 0$$

$$\therefore \tan\theta > \frac{Y}{X} \qquad (6)$$

另外，利用式（5），簡化式（4）再得

$$\tan\theta < \frac{2Y}{X} \qquad (7)$$

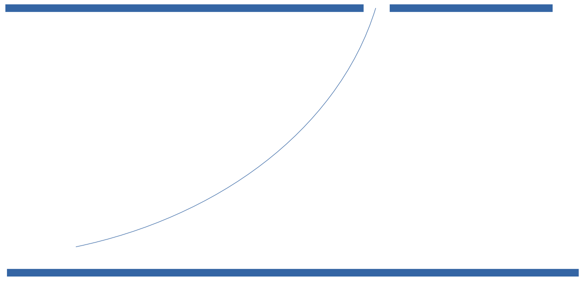
✷ 所以，θ 的要求是 $\boxed{\frac{Y}{X} < \tan\theta < \frac{2Y}{X}}$

✷ 符合上式的 θ，然後利用式（5）求 u。

(b) m 攜帶負電荷 $-q$

把上式的 q 改為 $-q$ 就可以。

m 的軌跡是向上開口(opens upwards) 的拋物線（因為式（3）t^2 前係數 > 0）



這時 v_y 恆為正。

式（5）變成

$$\frac{1}{u^2} = \frac{2m\cos^2\theta}{-qEX^2}(X\tan\theta - Y)\text{，或}$$

$$\frac{1}{u^2} = \frac{2m\cos^2\theta}{qEX^2}(Y - X\tan\theta)\text{。} \qquad (8)$$

✷ 所以，θ 的要求是 $\boxed{\tan\theta < \frac{Y}{X}}$

✷ 符合上式的 θ，然後利用式（8）求 u。

✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧

作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

https://ngsir.netfirms.com

http://phy.hk

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數