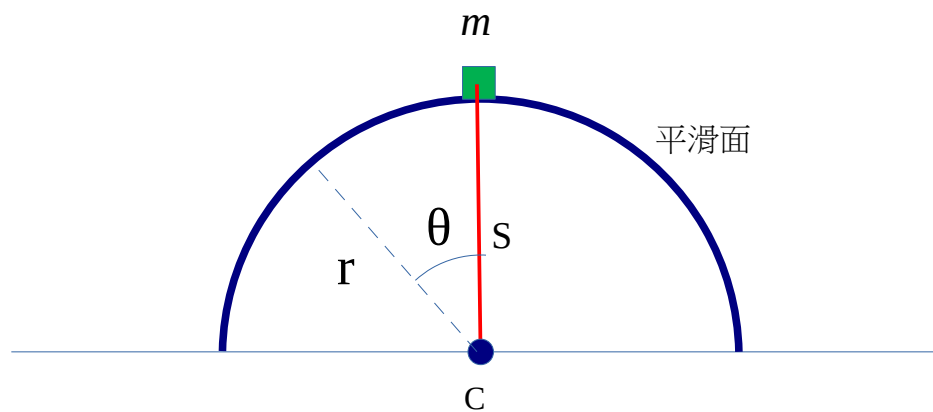


問題：



一質量為 m 的小方塊放在一直立、半徑為 r 的光滑無摩擦半圓球體表面的最高位置。現有一已稍拉緊的橡皮繩 S 連接 m 及半圓球體中心 C (圓球表面有長隙縫讓 S 穿過)。 S 不會阻礙 m 在球面上的運動。

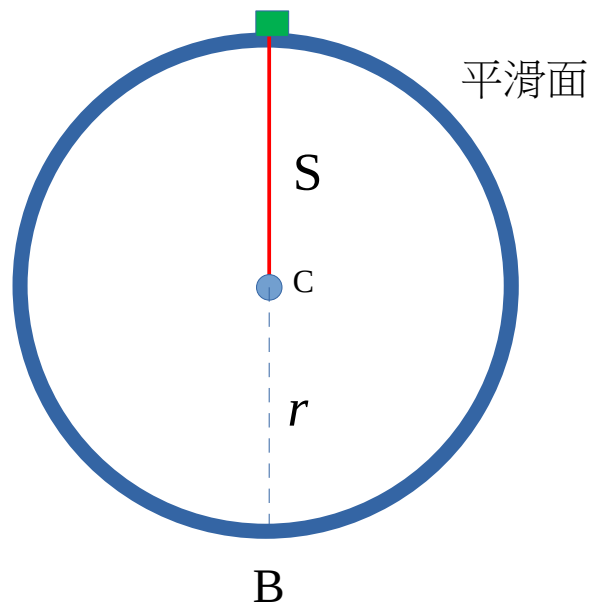
(a) 已知 S 施於 m 的拉力為 $mg/2$ 。現給與 m 一速度可忽略的輕微推動。

(i) 求 m 在角位置 θ 受到半圓球體的法向力 R (假設當時 m 還貼在半球體表面)。

(ii) 問 m 離開半球體表面時的角位置 θ 。

(b) 若把 S 拉緊一些，以使 m 可以滑到半圓球體的底部。問 S 的拉力最少為何？

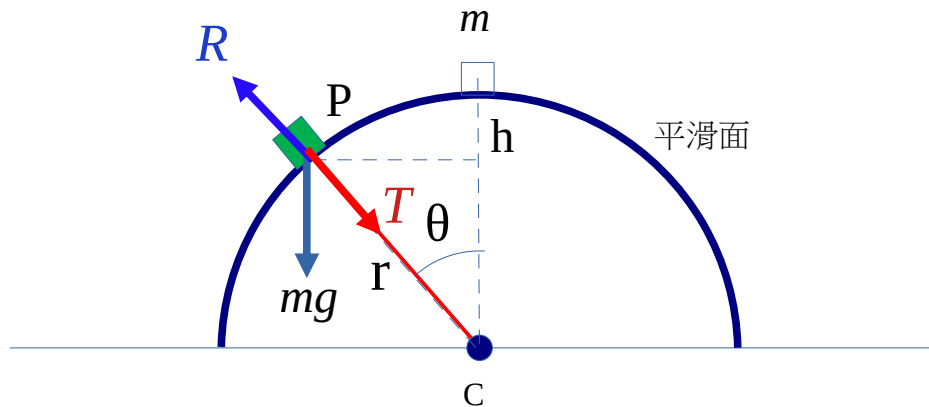
(c)



把半圓球體變成相同大小的球體。問若 S 的拉力保持 (b) 答案的數值， m 可否貼在球面到達它的最低點 B 。請解釋原因。

解答：

- (a) 小方塊在滑下時機械能守恆，因為 (i) 半圓球體表面平滑沒有摩擦，(ii) S 的張力與方塊的運動保持垂直，故 S 的張力不作功。



- (i) 設方塊 m 在位置 P 的速度為 v ，

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgr(1 - \cos \theta)$$

$$v^2 = 2gr(1 - \cos \theta) \quad (1)$$

在 P 點， m 受到的徑向向圓心淨力擔任向心力，

$$T + mg \cos \theta - R = \frac{mv^2}{r} \quad (2)$$

把 (1) 及 $T = mg/2$ 代入 (2)，得

$$R = \frac{mg}{2}(4\cos\theta - 1) \quad (3)$$

(ii) 利用上式 (3) , 若 $R = 0$, 則

$$\therefore \cos\theta = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \theta = 75.5^\circ$$

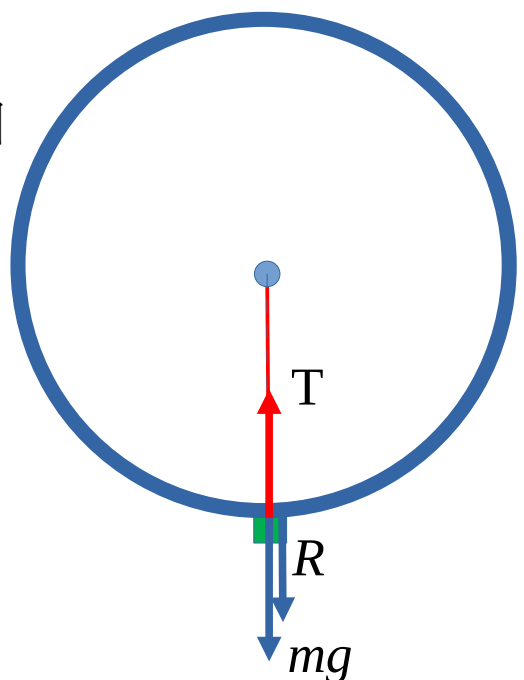
(b) 當 m 滑到半圓球體的底部 ($\theta = 90^\circ$) , mg 垂直向下。那時還可以進行圓周運動選的最起碼情況是依靠 S 的張力 T 來提供那需要的向心力。

$$T = \frac{2mgr(1 - \cos 90^\circ)}{r}$$

$$T = 2mg$$

本部分的答案是 $T \geq 2mg$

(c) 若 $T = 2mg$, 那 m 可否滑到大圓的底部?



在最低點， $v^2 = 2gr(1 - \cos 180^\circ) = 4gr$

$$T - mg - R = \frac{m(4gr)}{r}$$

$$\therefore T = 2mg$$

$$\therefore R = -3mg$$

R 是負，即是 R 必須是向上。這個不能出現，故 m 在最低點之前已離開了圓面。



作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

<http://phy.hk>

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數