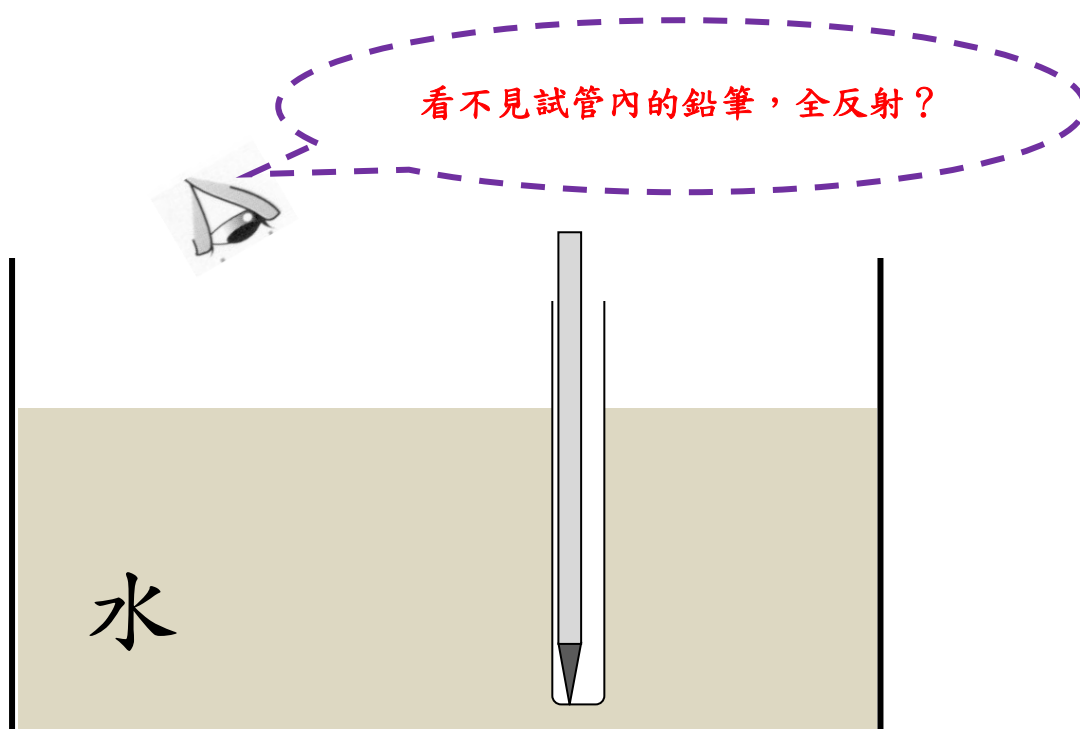


在光的折射實驗中，有一個是這樣的：
把一支鉛筆放入試管，並把試管垂直插入
水。當我們從水面望，是看不見試管內
的鉛筆。老師用這實驗來示範光的「全
反射」現象。



其實，這實驗或與全反射無關；「看不見」
可能只是你不是望向一個正確方向。

這個實驗有其它版本。例如，在一個膠袋內放一張咭紙，紙上寫一些字，膠袋面也寫另一些字。當把膠袋放入水中，我們只看見膠袋面的字，而看不見紙上的字。

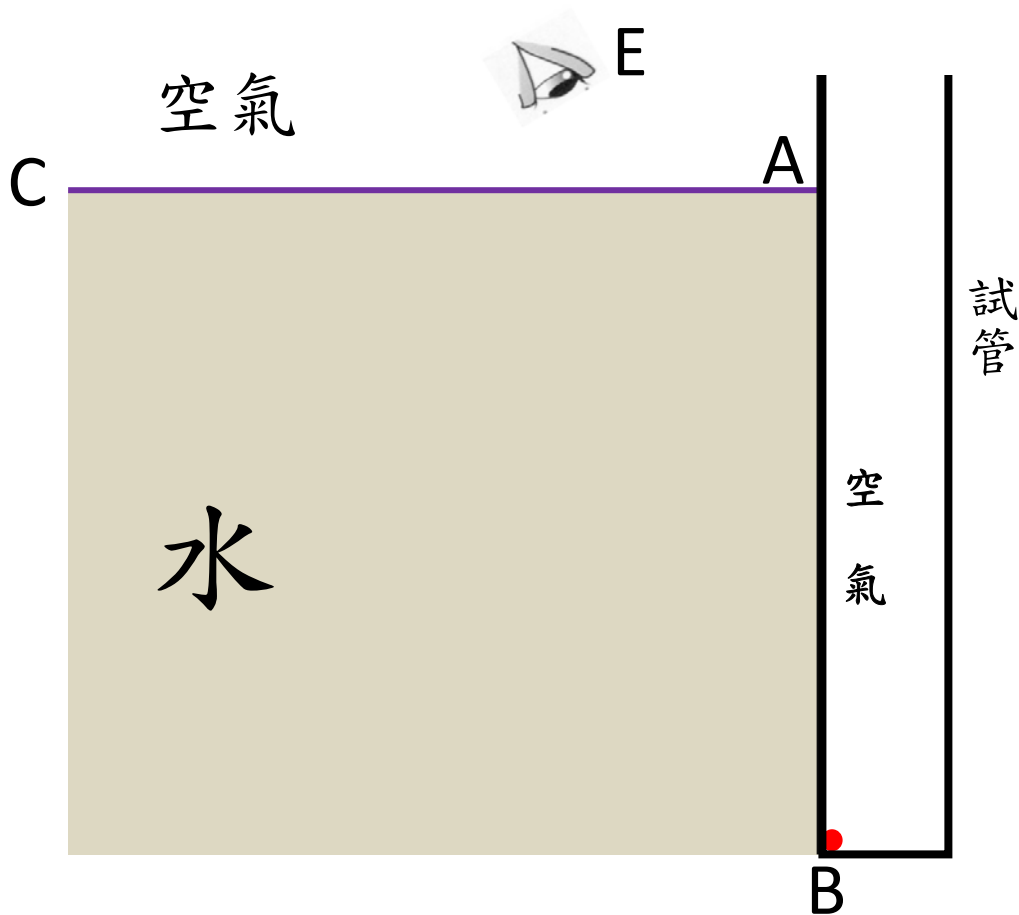
參考：

1. http://physteach.phys.nthu.edu.tw/f_abstract/P7.doc
2. <http://www.youtube.com/watch?v=2uoyv7TF8vE>

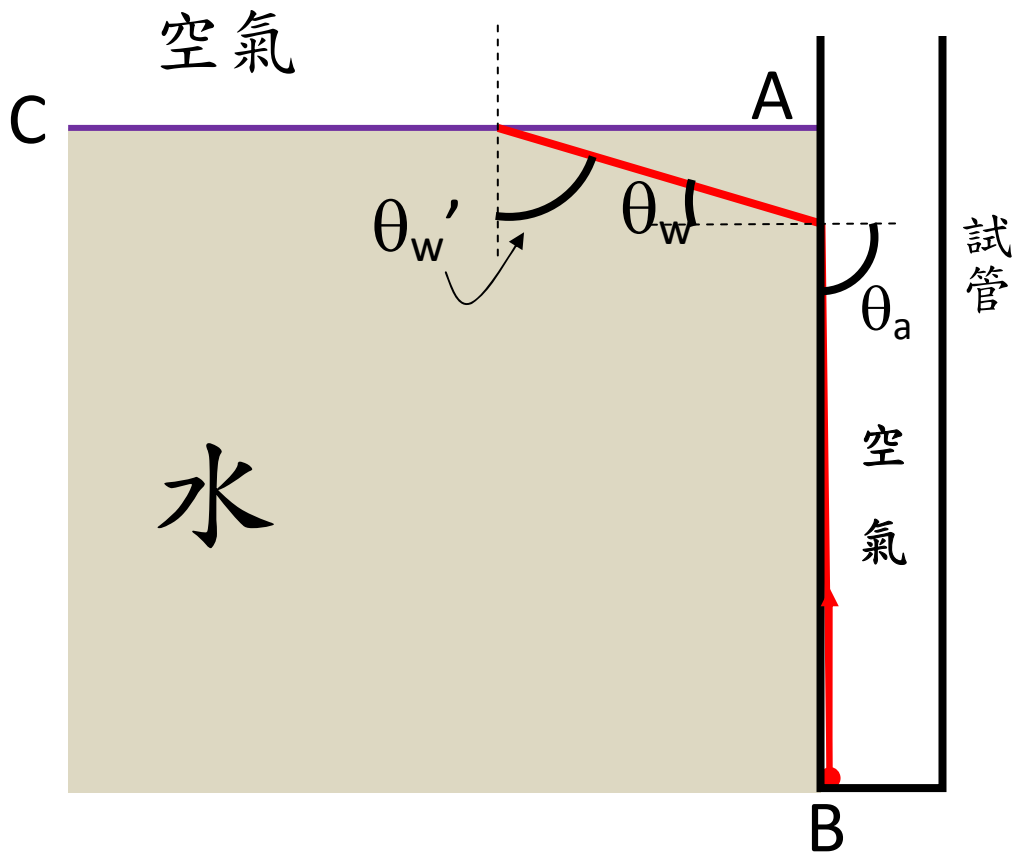
.....

參考下圖，觀察者 E 看見試管內的紅點(見圖)嗎？

看不看見，那先研究試管底的紅點所發出的光，在介面 AB 和介面 AC 發生怎樣的折射。



紅點發出的光，最極端的情況是貼著介面 AB 入射。



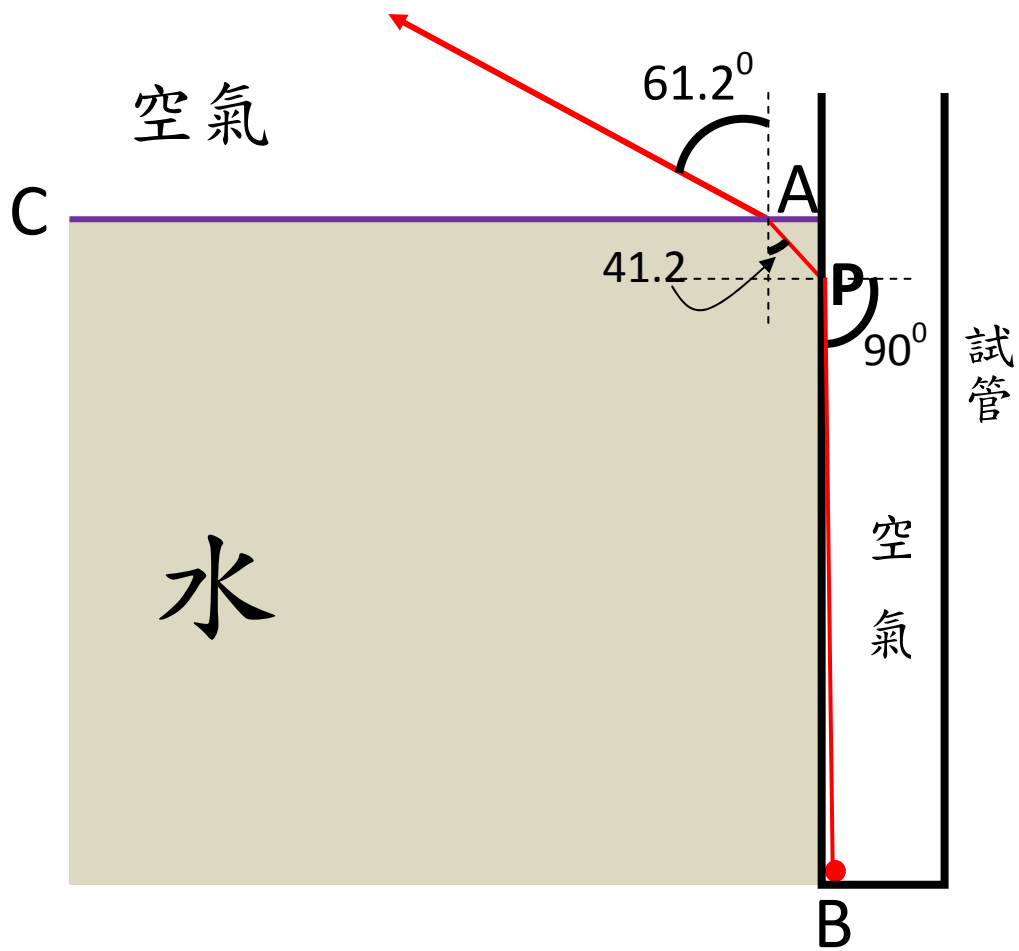
取水的折射率 $n_w = 1.33$

若 $\theta_a = 90^\circ$ ，利用 $\frac{\sin\theta_a}{\sin\theta_w} = n_w$ 得 $\theta_w = 48.8^\circ$

$$\theta_w' = 90^\circ - \theta_w = 41.2^\circ$$

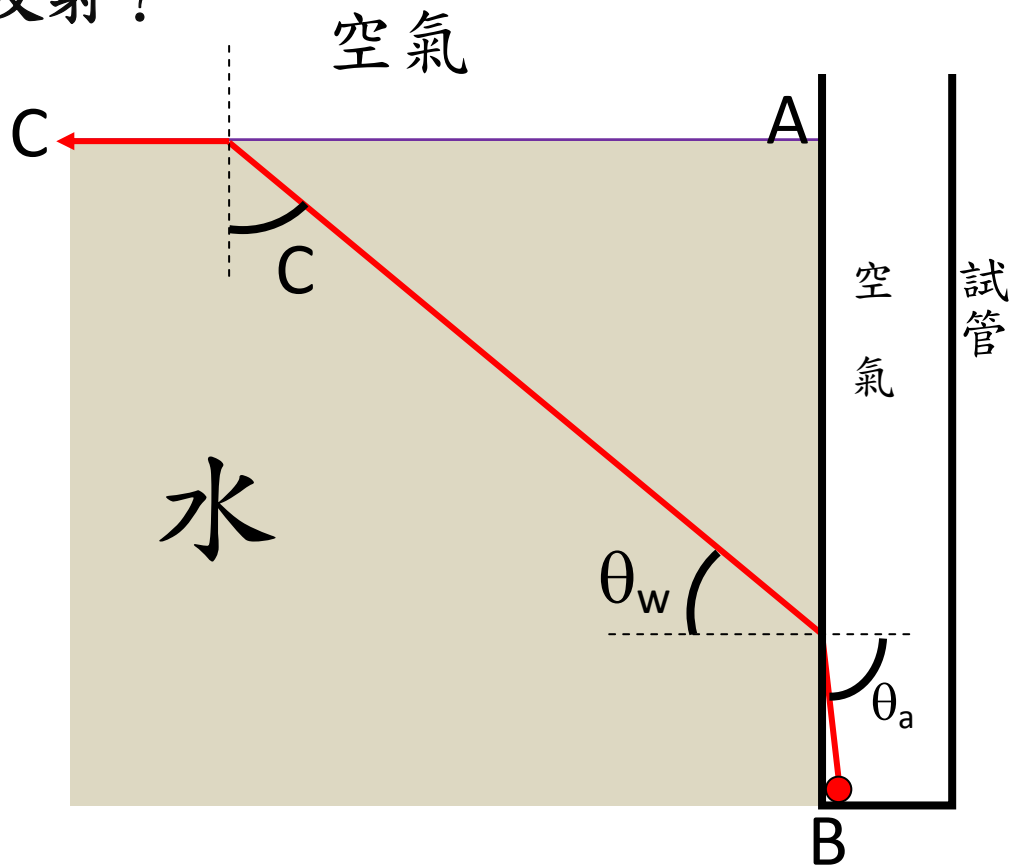
41.2° 是小於水的臨界角 ($C = \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 48.8^\circ$)

所以那條紅光是會射出水上的空氣去。



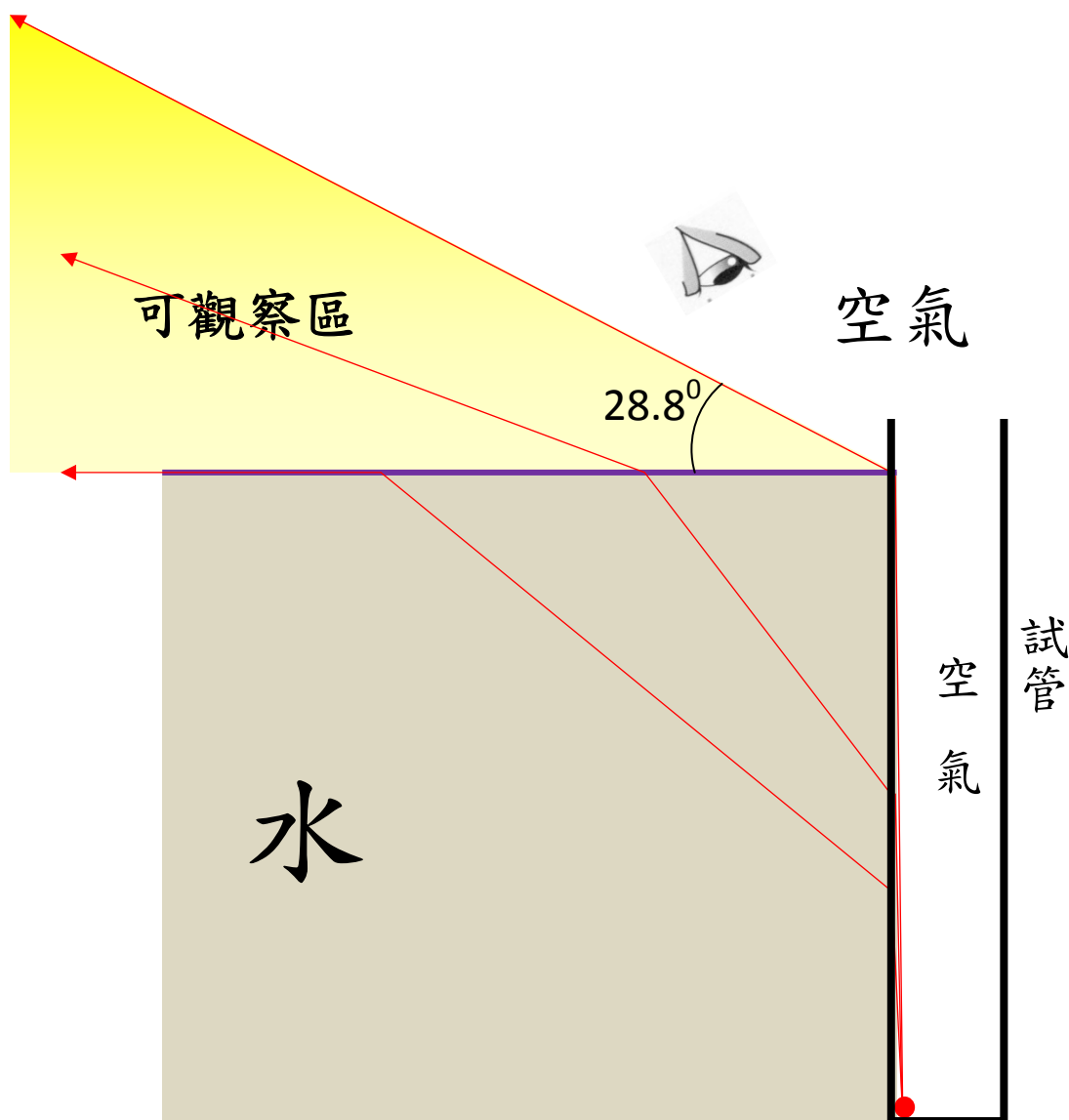
當試管深插入水、紅點接近 B 和入射點 P 接近點 A，在點 P 的入射角就非常接近 90° ，以上的計算成立。

反過來問。 θ_a 是甚麼，才可在介面 AC 開始產生全反射？



水的臨界角 $C = 48.8^\circ$ ，由此得 $\theta_a = 61.2^\circ$ 。

原來，試管內物體所發出的光是能夠射出水面的。那些入射角界乎 61.2° 至 90° 之間的光線就能夠射出水面。



為甚麼我們看不見試管內的物體呢？

「看不見」只不過是觀望的角度不對！

上圖可見，經兩次折射後射出水面的光是偏向水面。在一個較垂直的位置不能收到這些光，所以看不見物體。

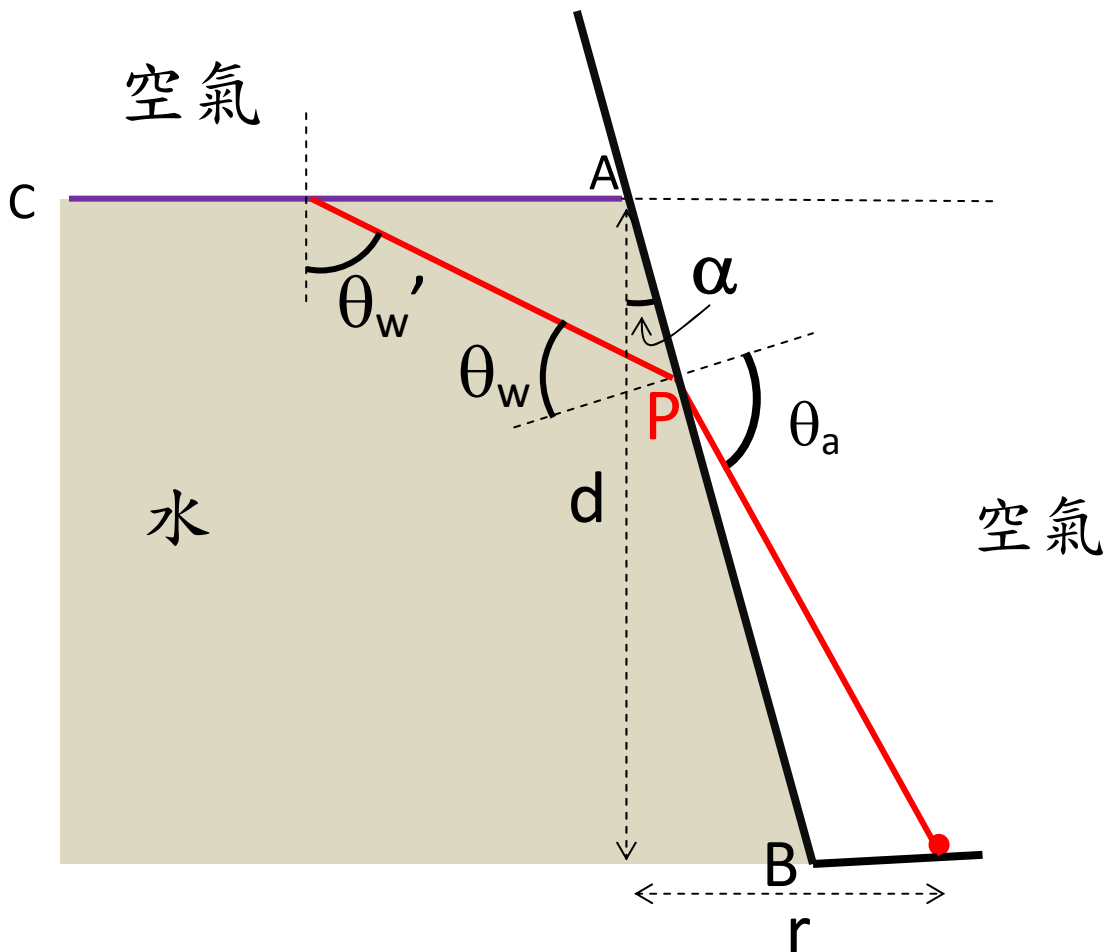
只在把眼睛貼近水面望去(上圖的黃色區域)，你就看見物體了！

不信？你試一試就知（頁二述及的膠袋咭紙方法簡單，在家可做）。

深入分析：

以上分析是假設 (i) 試管垂直插入水和 (ii) 物體貼近觀察者那邊的管壁(試管口徑幼小，此假設基本成立)。

若沒有這兩項假設，那在甚麼條件下這實驗可真的是一個「全反射」示範？



設 α : 玻璃管壁 AB 與垂直的角度

d : 紅點與點 A 的垂直距離

r : 紅點與點 A 的水平距離

若當點 P 無限接近 A 時， $\theta_w' = c$ (水的臨界角 48.8°)，那來自管壁 AB 其他地方的紅光在介面 AC 就必然發出全反射。

$$\theta_w = 90^\circ - \theta_w' + \alpha$$

假設 $\theta_w' = c$ ，上式變成 $\theta_w = 90^\circ - c + \alpha \dots\dots\dots (1)$

當 P 無限接近 A，那

$$\theta_a = \alpha + \tan^{-1}\left(\frac{d}{r}\right) \dots\dots\dots(2)$$

代 (1) 和 (2) 入 $\frac{\sin\theta_a}{\sin\theta_w} = n$ ，簡化後得

$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{n^2 - 1} - \frac{d}{\sqrt{d^2 + r^2}}}{\frac{r}{\sqrt{d^2 + r^2}} - 1} \dots\dots (*)$$

(*) 是在水面僅完全看不到紅點的條件

(a) 若 AB 垂直水面 ($\alpha = 0$)、紅點在 B ($r = 0$) 和代 $n = 1.33$ 。

在這情況下，(*)不可能成立。這印證了以前的分析。

(b) 若仍然 AB 垂直水面 ($\alpha = 0$) 和紅點在 B ($r = 0$)，那 n 取甚麼值可使 (*)成立。

$$\sqrt{n^2 - 1} = 1 \quad , \text{ 即 } n = \sqrt{2} = 1.41$$

若保持原實驗設計，但把水換為另一種折射率大於 1.41 的液體，那就真的是一個「全反射」示範。

(c) 若仍然 AB 垂直水面 ($\alpha = 0$) 和 $n = 1.33$ ，但 $r \neq 0$ 。

r 取甚麼值可使(*)成立？ 那是

$$\sqrt{n^2 - 1} = \frac{d}{\sqrt{d^2 + r^2}} \quad , \text{ 即 } r = d \sqrt{\frac{2 - n^2}{n^2 - 1}} = 0.55d$$

若把實驗中的試管改為燒杯，及把物體放在較後位置（與前壁距離大於深度的 0.55 倍），那

又真的是一個「全反射」示範。

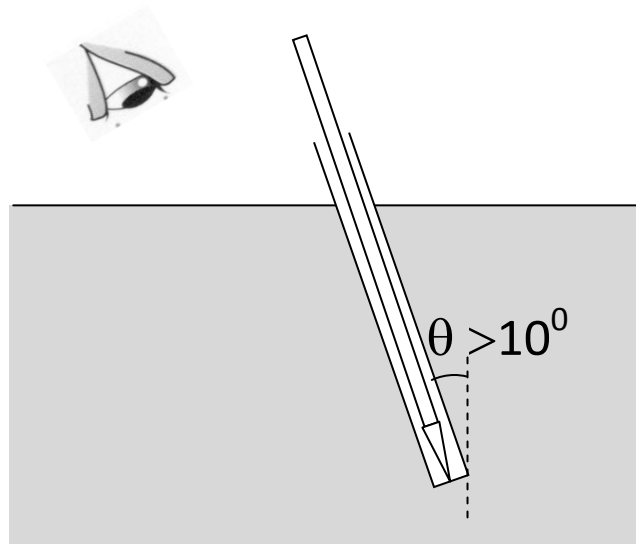
(d) 若 $r = 0$ 和 $n = 1.33$ ，但 $\alpha \neq 0$ 。

α 取甚麼值可使(*)成立？ 那是

$$\tan\alpha = 1 - \sqrt{n^2 - 1}, \text{ 即}$$

$$\alpha = 7^\circ$$

若保持原實驗設計(試管和鉛筆)，只要把試管如下圖所示般傾斜約 10° ，那又真的是一個「全反射」示範。

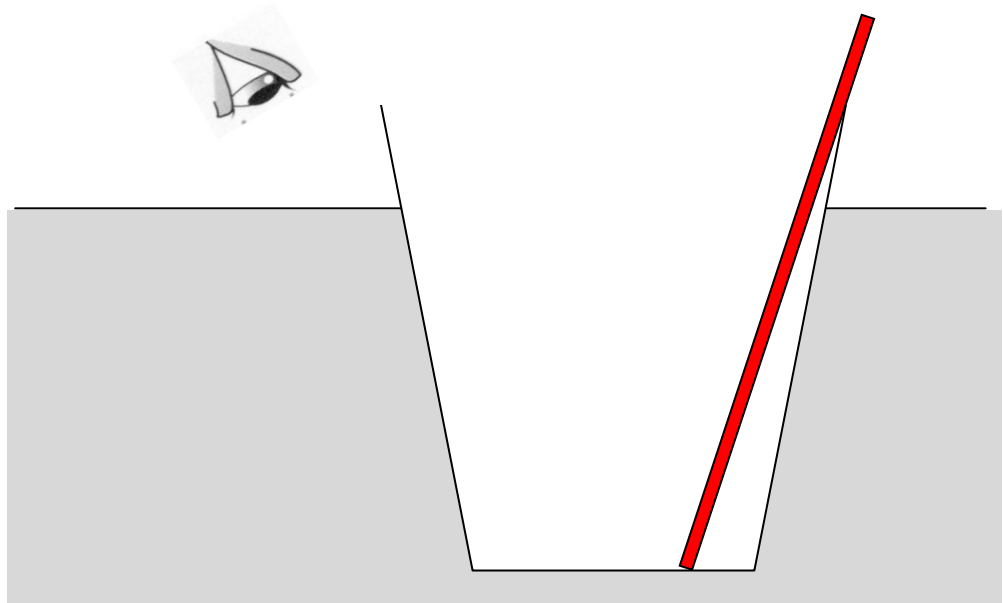


補充：

試管的玻璃管壁有沒有影響分析？沒有。因為玻璃管壁很薄和玻璃厚度均勻。光線經過時的折射可忽略不計（一如我們隔著玻璃窗望看景物，這與沒有玻璃沒有分別）。

建議：

如老師示範「全反射」現象，不妨考慮把試管改為一隻斜身的闊口透明杯子和把物體放在較後位置（實驗前老師也要自己試試是否在高和低任何角度皆可以「看不見」。）



作者：吳老師 (Chiu-king Ng) 14 / 8 / 2012 修訂

網址：物理勿勿理 <http://ngsir.netfirms.com>