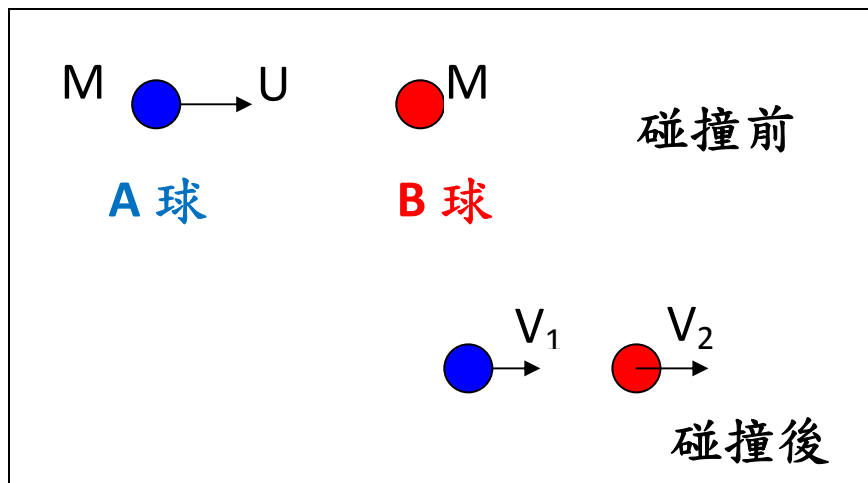


# 斜碰撞的直角

假設碰撞是

1. 被撞物件在碰撞前靜止。
2. 撞與被撞物件質量相同。
3. 碰撞為完全彈性，即沒有動能損失。

## (I) 情況一：正碰撞 (head-on collision)



(a) 憑直觀得結果：

兩球質量相同，碰撞中動量和動能須要守恆。

若發生

- 碰撞後，藍色停下來。
- 紅球以藍球的入射速度彈出。

即是

藍色的入射球的動量和動能完全傳給被撞的紅色球。

那時，動量和動能不就是守恆嗎？

(b) 用數學解方程組，印證 (a) 的想法

$$\text{動量守恆} \quad MU = MV_1 + MV_2 \quad (1)$$

$$\text{動能守恆} \quad \frac{1}{2}MU^2 = \frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 \quad (2)$$

簡化後，

$$\text{式 (1) 變成} \quad U - V_1 = V_2 \quad (3)$$

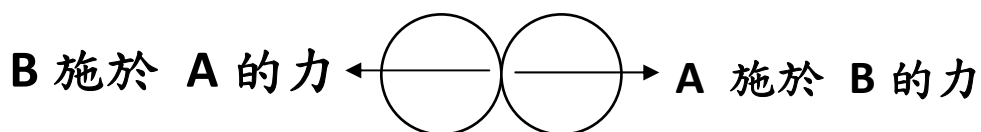
$$\text{式 (2) 變成} \quad (U - V_1)(U + V_1) = V_2^2 \quad (4)$$

$$(4) \div (3), \text{ 得} \quad U + V_1 = V_2 \quad (5)$$

解聯立方程式 (3) 和式 (5),

$$V_1 = 0, \quad V_2 = U$$

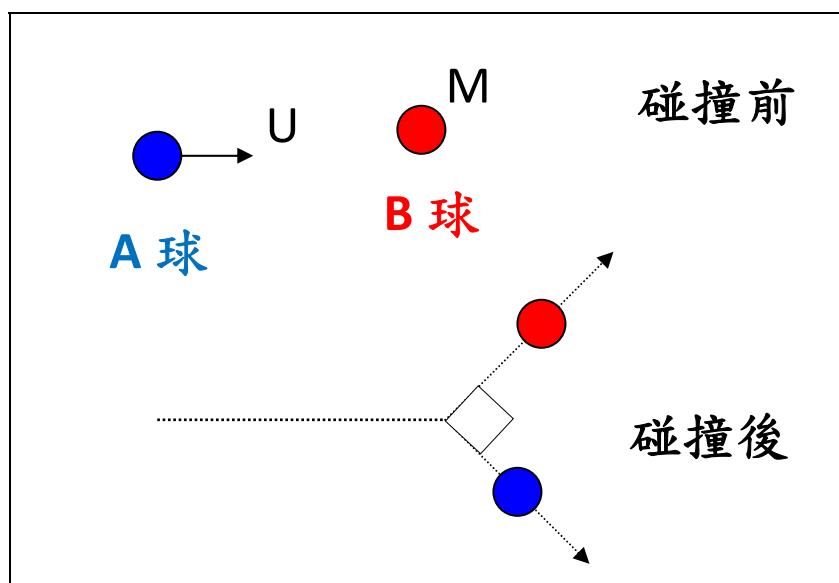
兩球互撞，它們施力對方。根據牛頓第三定律，此兩力的大小相同，方向相反。



根據力學定理，

力對物體作功 (work) = 物體動能改變 (change in KE) 。

## (II) 斜碰撞 (oblique collision)



碰撞後，兩球彈出的方向必成直角。

$$\text{動量守恆} \quad M\vec{U} = M\vec{V}_1 + M\vec{V}_2 \quad (6)$$

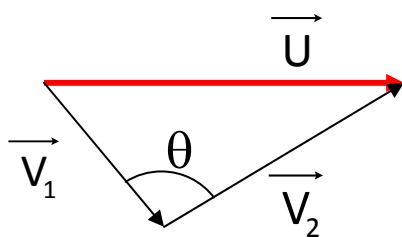
$$\text{動能守恆} \quad \frac{1}{2}MU^2 = \frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 \quad (7)$$

式(6) 和式(7) 可簡化為

$$\vec{U} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \quad (8)$$

$$U^2 = V_1^2 + V_2^2 \quad (9)$$

如以圖表示 (8) ，

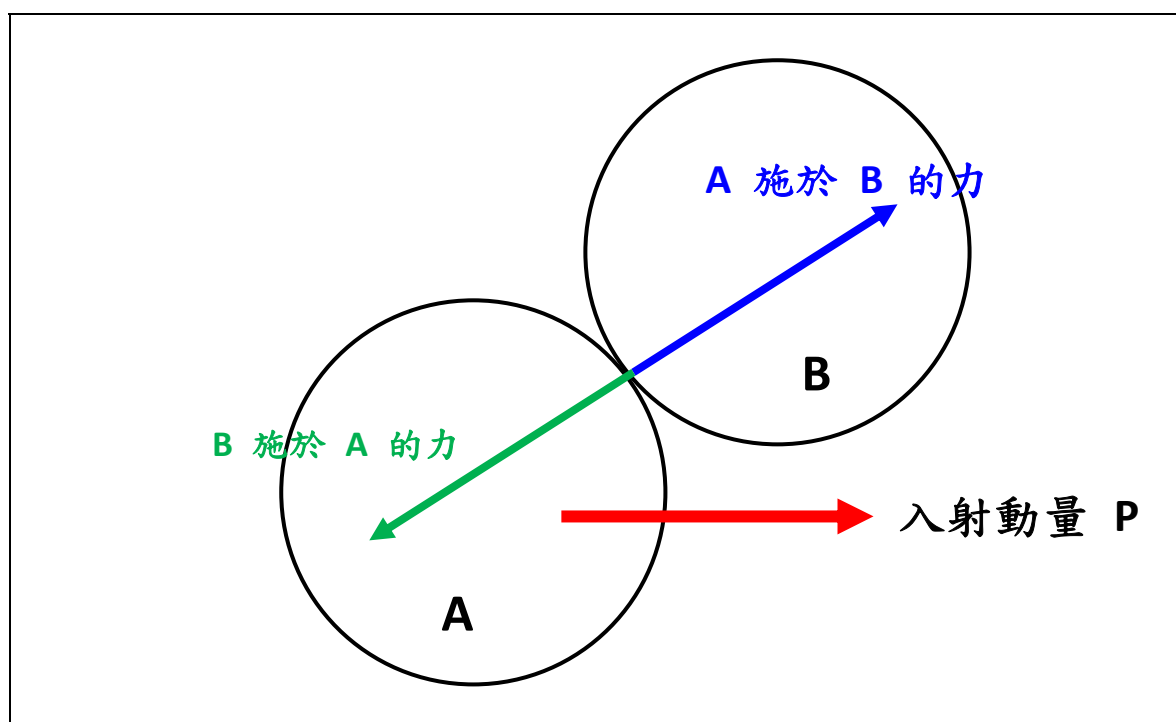


式(9) 的要求 ( $U^2 = V_1^2 + V_2^2$ ) 就是上圖的  $\theta$  必是直角  $90^\circ$  (畢氏定理的逆定理) 。

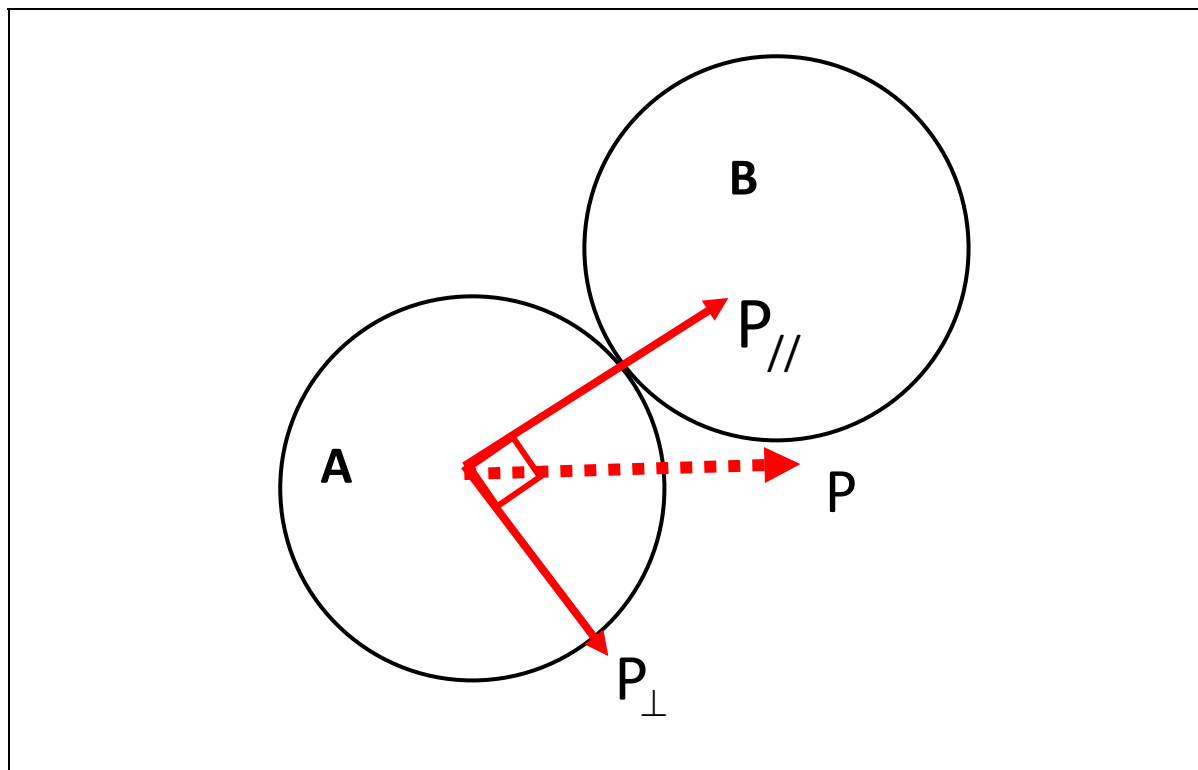
以上是標準的解釋說明。

本文補充一個常被疏忽觀點，就是斜碰撞的直角只不過正碰撞結果 (入射球停下、被撞球彈出) 的引伸。

兩球互撞時的作用力，



將 A 的入射動量  $\mathbf{P}$  分解，一為平行該兩力的方向( $\mathbf{P}_{//}$ )，另一為垂直力的方向 ( $\mathbf{P}_{\perp}$ )。



留心觀察上圖，它實則不過是 (I) 正碰撞的情況外再加上一個  $\mathbf{P}_{\perp}$  而已！

上面已說明，動能的交換是靠力作功。但這法向反作用力（假設所有面平滑，沒有摩擦力）是垂直於  $\mathbf{P}_{\perp}$ ，所以無論如何，碰撞時的力改變不了  $\mathbf{P}_{\perp}$ 。

$P_{//}$  和  $P_{\perp}$  是獨立的。

- $P_{//}$  就像正碰撞時一樣，A 完完全全把它轉移給 B。
- A 自己只保留  $P_{\perp}$ 。

即是，最後，B 用  $P_{//}$  彈出，A 則用  $P_{\perp}$  彈出，這就是它們的方向必成直角的原因。

因為動能  $KE = \frac{P^2}{2M} = \frac{P_{//}^2}{2M} + \frac{P_{\perp}^2}{2M}$ ，上述的動量轉移後，動能也是守恆的。

吳老師 (Chiu-king Ng)

