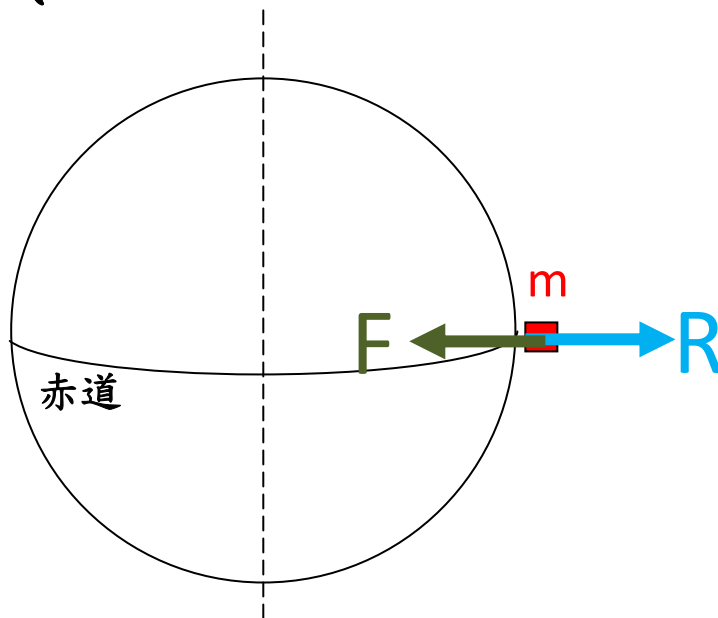


# 可否用「自由落體實驗」量度「真實」引力加速度 (real g) ?

在地球表面，重力強度  $g = \frac{GM}{r^2}$ ，其中  $M$  是地球質量、 $r$  是地球半徑。

但因為地球自轉，我們感受到的都是一個較小的表觀引力 (apparent gravity)  $g' < g$ 。

在赤道區域，



地球施於質量  $m$  的引力是  $F = G \frac{Mm}{r^2} = mg$ ，而地面施於  $m$  的法向反作用力是  $R$ 。因為地球自轉，物體  $m$  需受

淨力作用，以滿足圓周運動的要求，我們稱此淨力為「向心力」。

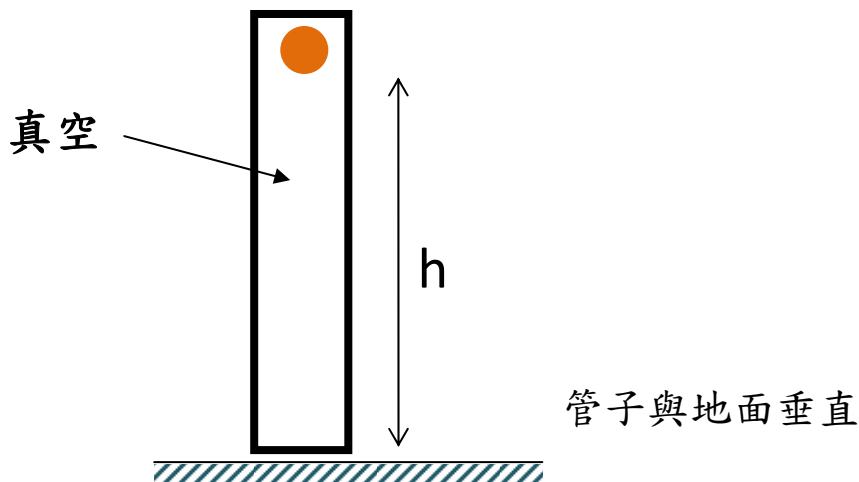
$$F - R = m\omega^2 r \quad \text{即是} \quad R = mg - m\omega^2 r$$

我們站在地面，感受自己的重量是  $R$ ，用磅量度物體的重量，也是  $R$ 。若  $R = mg'$ ， $g'$  就是表觀引力強度 (apparent gravity)。在赤道

$$g' = g - \omega^2 r \quad \dots\dots\dots (1)$$

若在實驗中不存在  $R$ ，那我們會否量度出真實  $g$  (real  $g$ ) ?

一個簡單的想法是，利用「自由落體」 (free fall) 來設計實驗：



物體在沒有空氣的管子內下墜，所以物體不受空氣阻力影響。管子的高度遠小於地球半徑，所以可視  $g$  為常數。

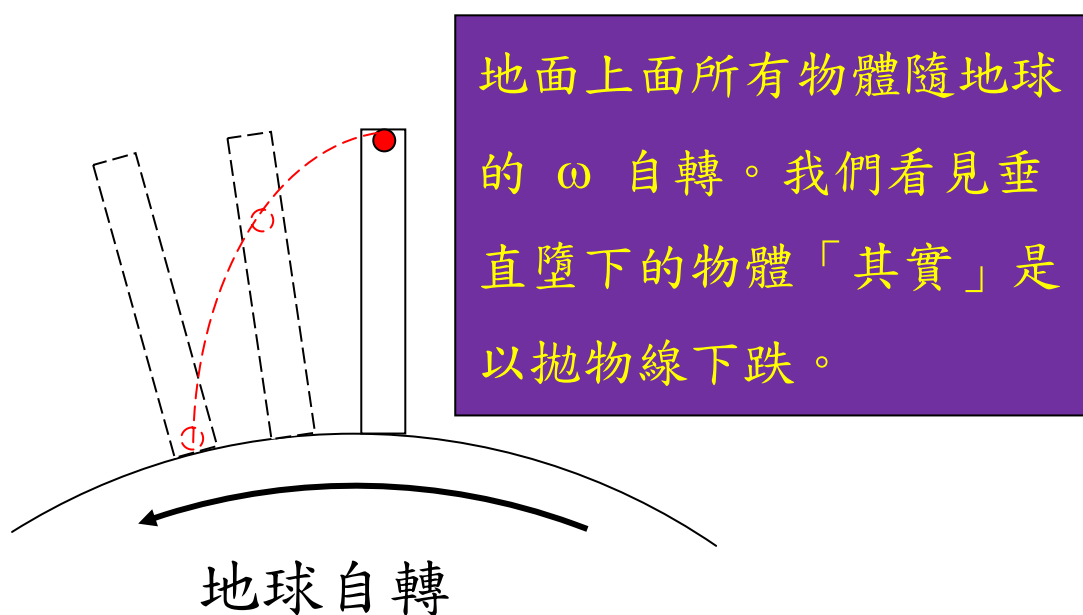
只要我們精確量度  $h$  和物體從靜止下墜至管底的時間  $t$ ，代入公式  $h = \frac{1}{2}gt^2$  而計算  $g$ 。照理，物體受的力不存在  $R$ ，那這方法得到的應該是  $\text{real } g$ 。

事實真的如此嗎？

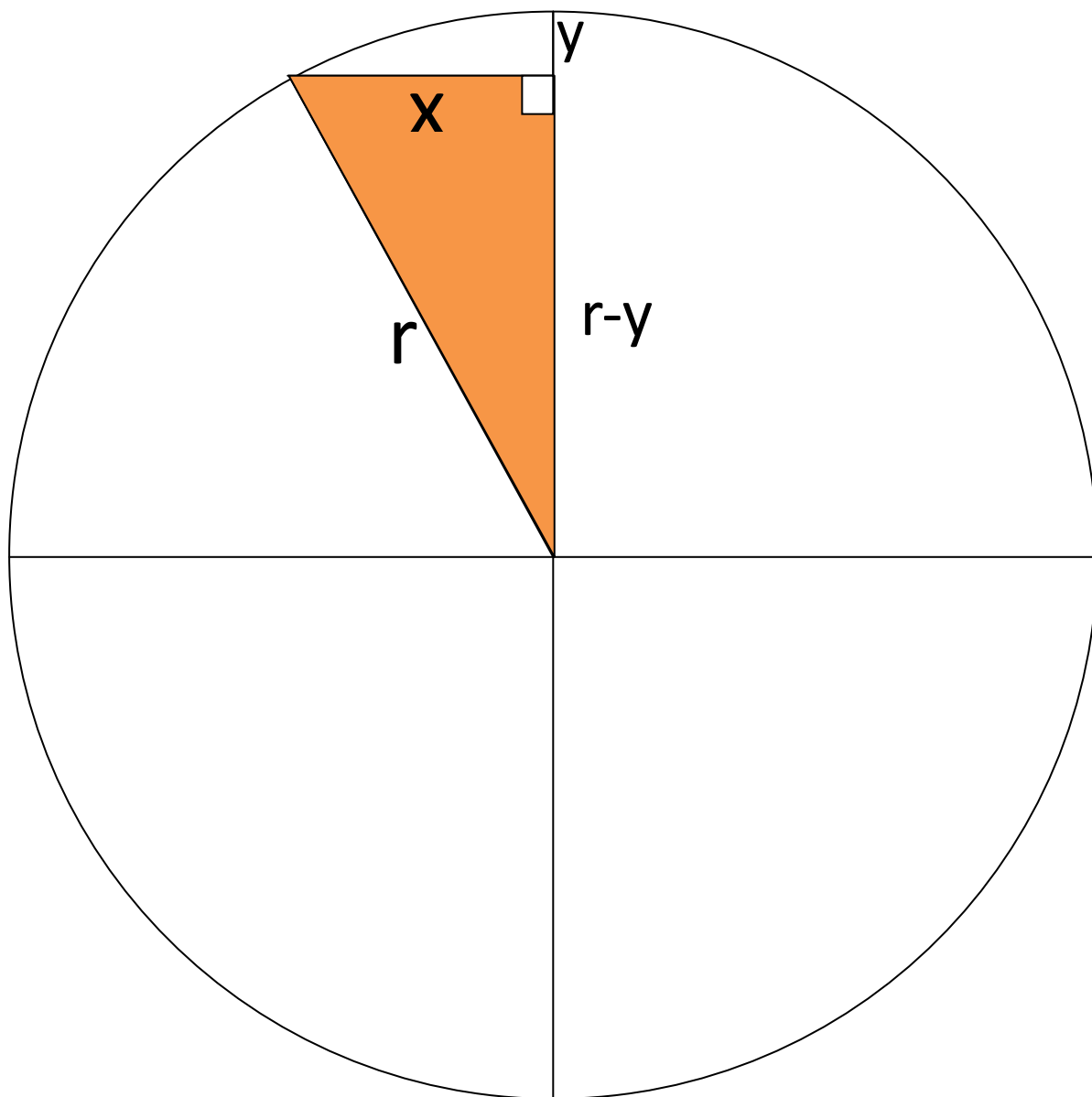
答案：

用「自由落體實驗」量度（指不作修正的結果）到的仍是 **apparent g** !

1. 地球自轉，站在地面上的觀察者是為非慣性觀察者。在這系統內描述運動需引入假力 (pseudo-force) ，即離心力 (centrifugal force) 。一般同學對此較難明白，所以本文作另一較易明白的解說。
2. 對不隨地球自轉的固定(相對遙遠星星靜止不動)觀察者而言，他看見的景象與我們看見的不一樣；我們看見垂直下墮的自由落體，他則看見一個拋物體運動。



先考慮下圖，其中  $y \ll r$ 。



橙色的直角三角形， $r^2 = x^2 + (r - y)^2$

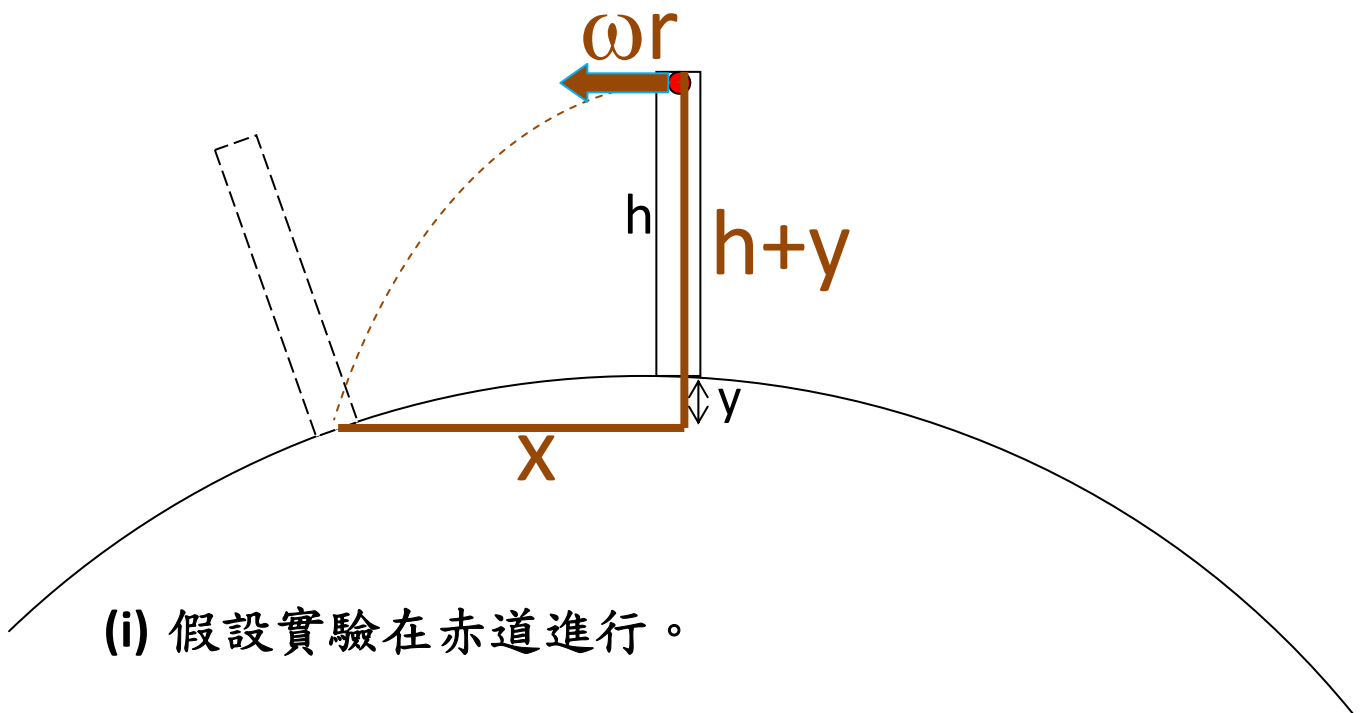
$$r^2 = x^2 + r^2 - 2ry + y^2$$

$$0 = x^2 - 2ry + y^2$$

$$\because y \ll r \quad 0 = x^2 - 2ry$$

$$y = \frac{x^2}{2r} \quad \text{.....(2)}$$

物體進行拋物線運動，我們就要研究一下甚麼模樣的拋物線運動。



(i) 假設實驗在赤道進行。

(ii) 物體以  $\omega(r+h) \approx \omega r$  的初速水平拋出，其中  $\omega$  是地球自轉的角速度。

(iii) 拋物體的向前位移是  $x$ 。

(iv) 拋物體的真實下跌高度是  $h + y$ 。

$$\text{利用上式 (2), } h + y = h + \frac{x^2}{2r} \dots (3)$$

(v) 若拋物體的在空中時間是  $t$ ，則

$$x = \text{水平初速} \times t = \omega r t$$

把式 (3) 的  $x$  改為  $\omega r t$ ，即是

$$h + y = h + \frac{(\omega r t)^2}{2r} = h + \frac{\omega^2 r t^2}{2} \dots\dots(4)$$

(vi) 拋物體的  $y$ -方向運動

$$h + y = \frac{1}{2} g t^2 \dots\dots\dots(5)$$

其中  $g$  就是真  $g$ 。

若我們寫

$$h = \frac{1}{2} g' t^2 \dots\dots\dots(6)$$

其中  $g'$  就是表觀  $g$ 。

利用 (5) 和 (6)，式 (4) 變成

$$\frac{1}{2}g't^2 + \frac{\omega^2 r t^2}{2} = \frac{1}{2}gt^2$$

$$g' = g - \omega^2 r$$

這結果與 (1) 相同。

「自由落體實驗」量度到的仍是 **apparent g**。

可以這樣說，無論用甚麼方法，在你忽略地球自轉的假設下量度得到的 **g** 必定只是表觀值！

吳老師 (Chiu-king Ng)

物理勿勿理 <http://ngsir.netfirms.com>