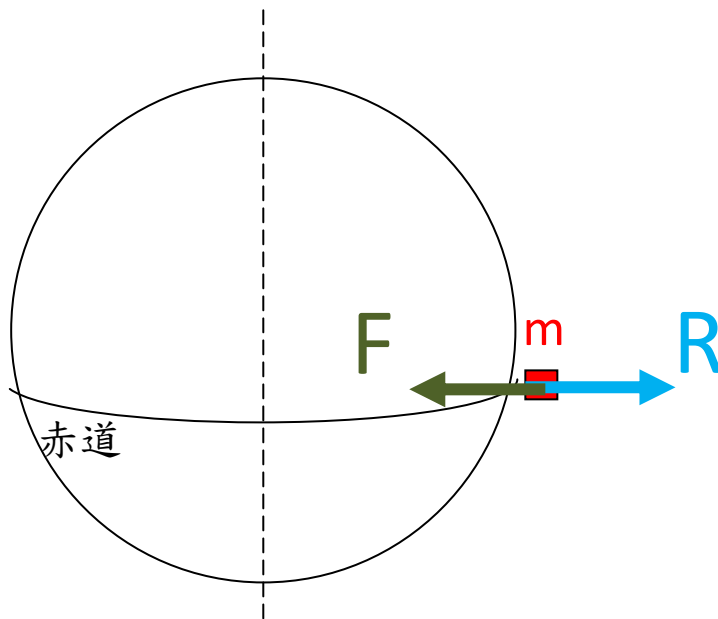


可否用「自由落體實驗」量度「真實」的引力 加速度 g ?

在地球表面，重力強度 $g = \frac{GM}{r^2}$ ，其中 M 是地球質量、 r 是地球半徑。

但因為地球自轉，我們感受到的都是一個較小的表觀引力 (apparent gravity) $g' < g$ 。

在赤道區域，



地球施於質量 m 的引力是 $F = G \frac{Mm}{r^2} = mg$ ，而地面施於 m 的法向反作用力是 R 。

因為地球自轉，物體 m 需受淨力作用，以滿足圓周運動的要求，我們稱此淨力為「向心力」。

$$F - R = m\omega^2 r \quad \text{即是} \quad R = mg - m\omega^2 r$$

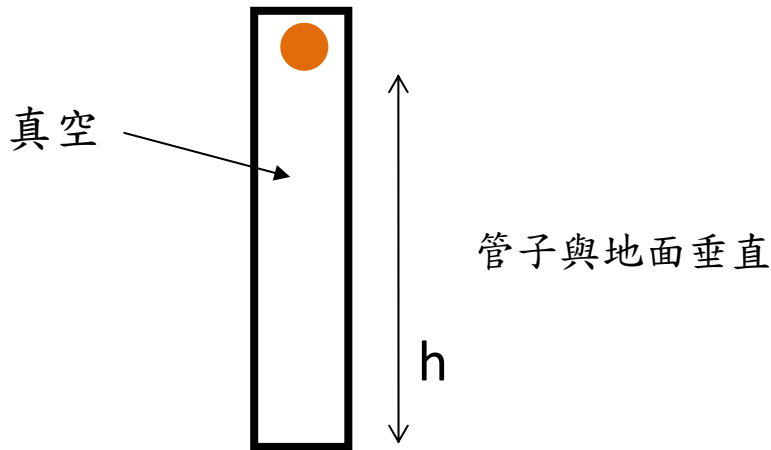
我們站在地面，感受自己的重量是 R ，用磅量度物體的重量，也是 R 。

若 $R = mg'$ ， g' 就是表觀引力強度 (apparent gravity)。在赤道

$$g' = g - \omega^2 r \quad \dots\dots\dots (1)$$

若在實驗中不存在 R ，那我們會否量度出真實 g (real g) ？

一個簡單的想法是，利用「自由落體」 (free fall) 來設計實驗：



物體在沒有空氣的管子內下墜，所以物體不受空氣阻力影響。管子的高度遠小於地球半徑，所以可視 g 為常數。

只要我們精確量度 h 和物體從靜止下墜至管底的時間 t ，代入公式

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{而計算} \quad g \quad \text{。照理，物體受的力不存在} \quad R \quad \text{，那這方法得到的應該是}$$

是 $real \ g$ 。事實真的如此嗎？

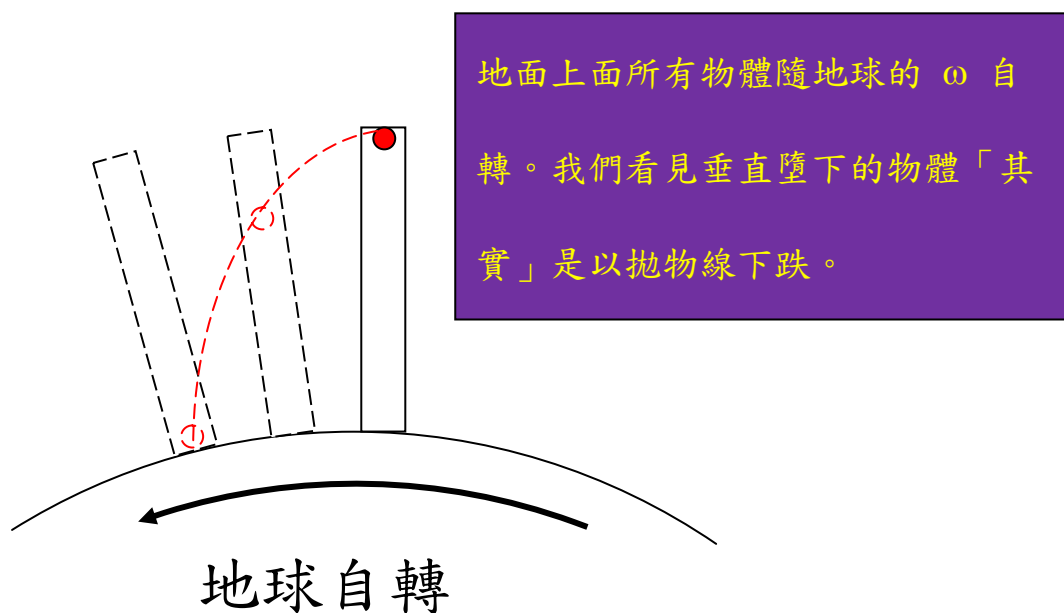
答案：

用「自由落體實驗」量度（指不作修正的結果）到的仍是表觀 g g_{apparent} 。

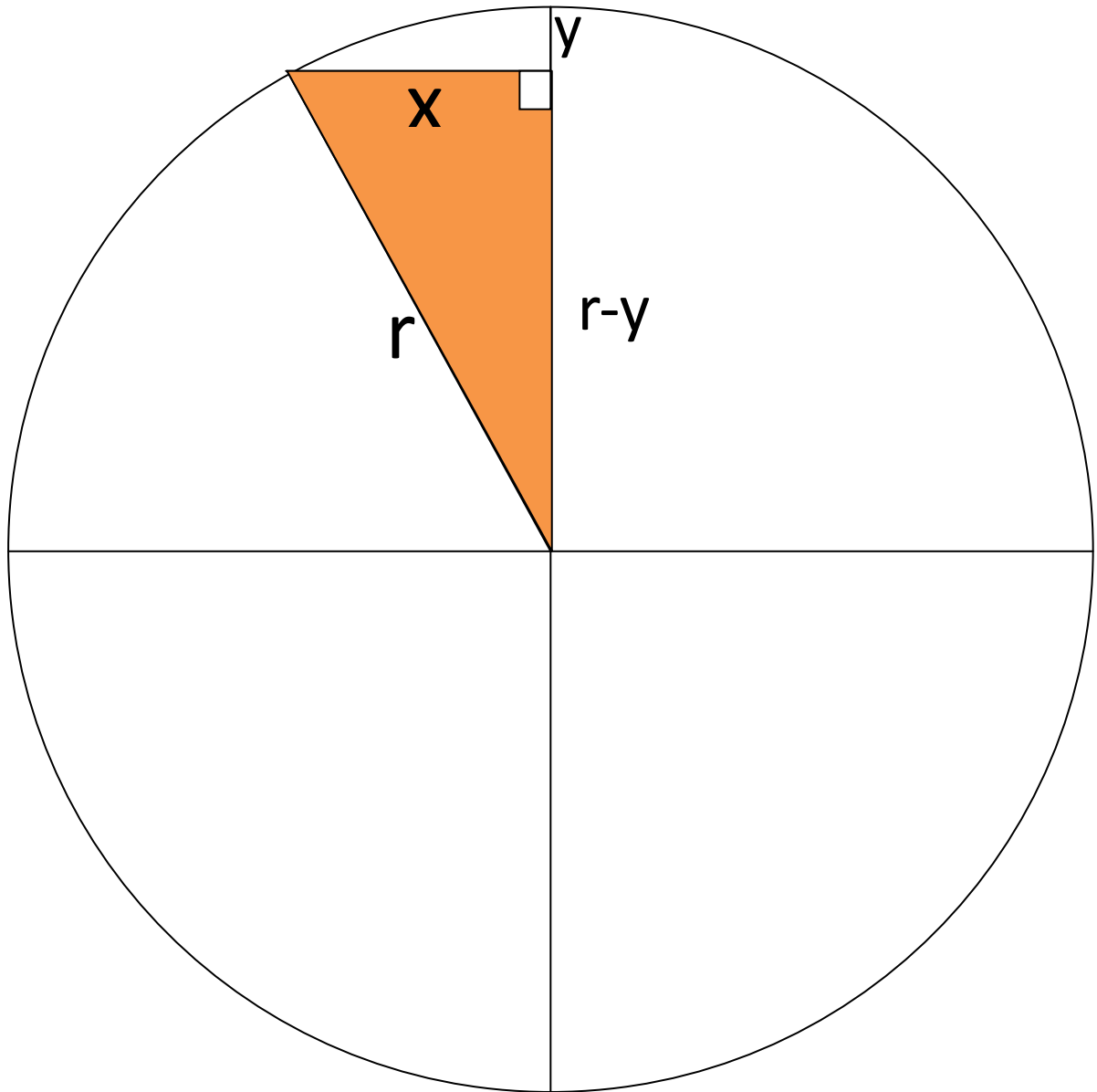
1. 地球自轉，站在地面上的觀察者是為非慣性觀察者。

在這系統內描述運動需引入假力 (pseudo-force)，即離心力 (centrifugal force)。一般同學對比較難明白，所以本文作另一較易明白的解說。

2. 對不隨地球自轉的固定(相對遙遠星星靜止不動)觀察者而言，他看見的景象與我們看見的不一樣；我們看見垂直下墮的自由落體，他則看見一個拋物體運動。



先考慮下圖，其中 $y \ll r$ 。



橙色的直角三角形， $r^2 = x^2 + (r-y)^2$

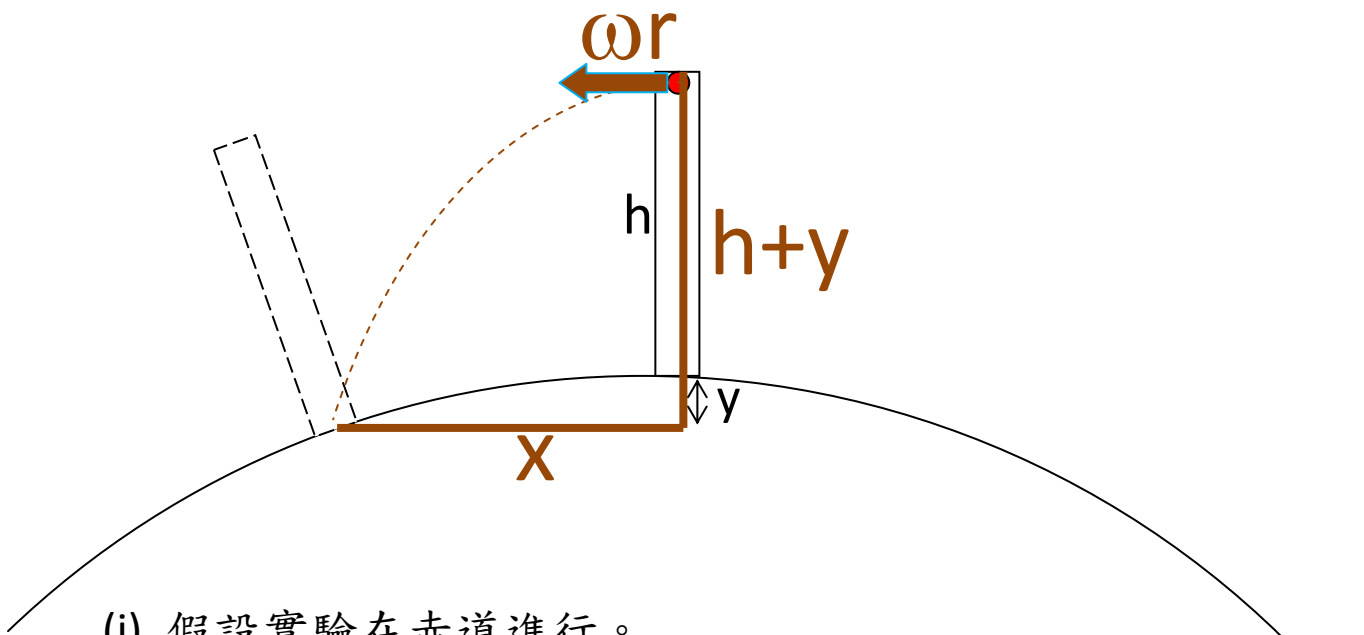
$$r^2 = x^2 + r^2 - 2ry + y^2$$

$$0 = x^2 - 2ry + y^2$$

$$\because y \ll r \quad 0 = x^2 - 2ry$$

$$y = \frac{x^2}{2r} \quad \dots\dots(2)$$

物體進行拋物線運動，我們就要研究一下甚麼模樣的拋物線運動。



- (i) 假設實驗在赤道進行。
- (ii) 物體以 $\omega(r+h) \approx \omega r$ 的初速水平拋出，其中 ω 是地球自轉的角速度。
- (iii) 拋物體的向前位移是 x 。
- (iv) 拋物體的真實下跌高度是 $h+y$ 。

利用上式 (2),
$$h+y = h + \frac{x^2}{2r} \quad \dots\dots (3)$$

(v) 若拋物體的在空中時間是 t ，則

$$x = \text{水平初速} \times \text{時間 } t = \omega r t$$

把式 (3) 的 x 改為 ωrt ，即是

$$h + y = h + \frac{(\omega rt)^2}{2r} = h + \frac{\omega^2 rt^2}{2} \quad \text{.....(4)}$$

(vi) 拋物體的 y -方向運動

$$h + y = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{.....(5)}$$

其中 g 就是真 g 。

若我們寫

$$h = \frac{1}{2}g't^2 \quad \text{.....(6)}$$

其中 g' 就是表觀 g 。

利用 (5) 和 (6)，式 (4) 變成

$$\frac{1}{2}g't^2 + \frac{\omega^2 rt^2}{2} = \frac{1}{2}gt^2$$
$$g' = g - \omega^2 r$$

這結果與 (1) 相同。

「自由落體實驗」量度到的仍是表觀 g apparent g 。

可以這樣說，無論用甚麼方法，在忽略地球自轉的假設下量度得到的 g 必定只是表觀值！

吳老師 (Chiu-king Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數



OtherPhysicsApplets