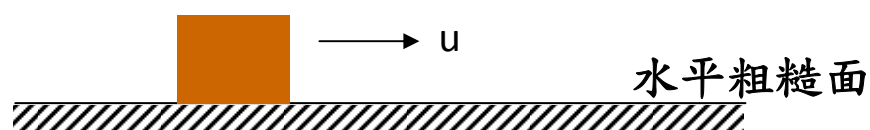


摩擦可以作正功嗎？

例：

方塊 $m = 0.5 \text{ kg}$



方塊以初速 u 在粗糙面移動。方塊受摩擦 $f = 1.2\text{N}$ 作用。方塊向前移動 0.8m 後停下。

(a) 求在整個過程摩擦作的功。

功的定義是 $Fd\cos\theta$ 。



現在，方塊向前移動，摩擦向後。



所以，摩擦作的功 (work done by friction)

$$= 1.2\text{N} \times 0.8\text{m} \cos 180^\circ$$

$$= -0.96\text{ J}$$

(b) 摩擦作了負功(negative work)，那是甚麼意思？

摩擦作了負功，那表示因摩擦的作用使系統(方塊)損失了機械能。因方塊水平移動，故損失的機械能只限動能。

(c) 方塊的初速 u 為何？

$$\text{功與能的關係： } WD = \Delta KE$$

因方塊的末速為零，

$$-0.96\text{J} = 0 - (0.5\text{kg})u^2/2$$

$$u = 1.96\text{ ms}^{-1}$$

(d) 因摩擦的作用使方塊損失了動能，這些能量去了那裡？

這些能量轉化為周圍環境的內能 (internal energy)。

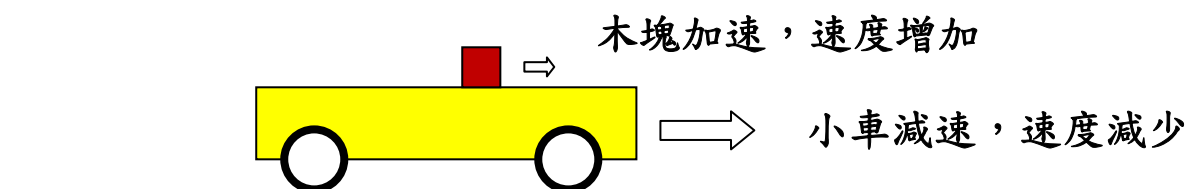
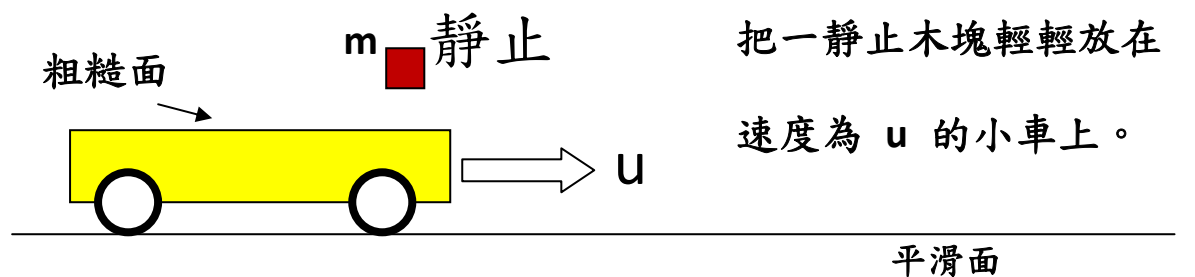


由此例題我們溫習了一些關於「功」的概念。

本文討論的是這個問題

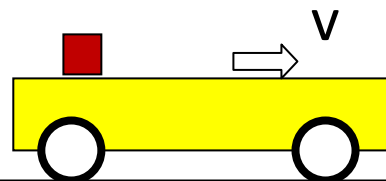
「摩擦可否作正功？」

我們用以下的實質例子作討論：



最後，兩車速度相同。

設它們的最後末速為 v 。



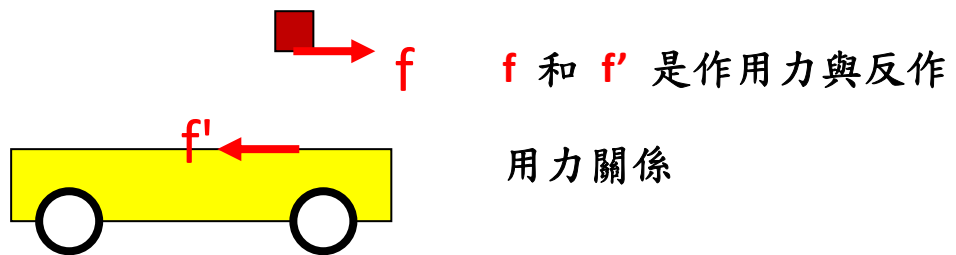
作者在多年前已寫了一個相關的 Java 小程式

<http://ngsir.netfirms.com/chinesehtm/DropABrick.htm>

為甚麼在木塊放上小車後，木塊會加速及小車減速？

因為小車與木塊之間的摩擦。設此摩擦為 f 。

f 的方向為何？若以小車望，木塊移向後，所以作用於木塊的摩擦是向前；而作用於小車的摩擦是向後。



木塊： 初速 = 0 末速 = v

加速度 = f/m

$$\therefore v^2 = u^2 + 2as$$

$$\therefore s_{\text{木}} = \frac{mv^2}{2f} \quad \text{.....(1)}$$

小車： 初速 = u 末速 = v

加速度 $a = -f'/m$

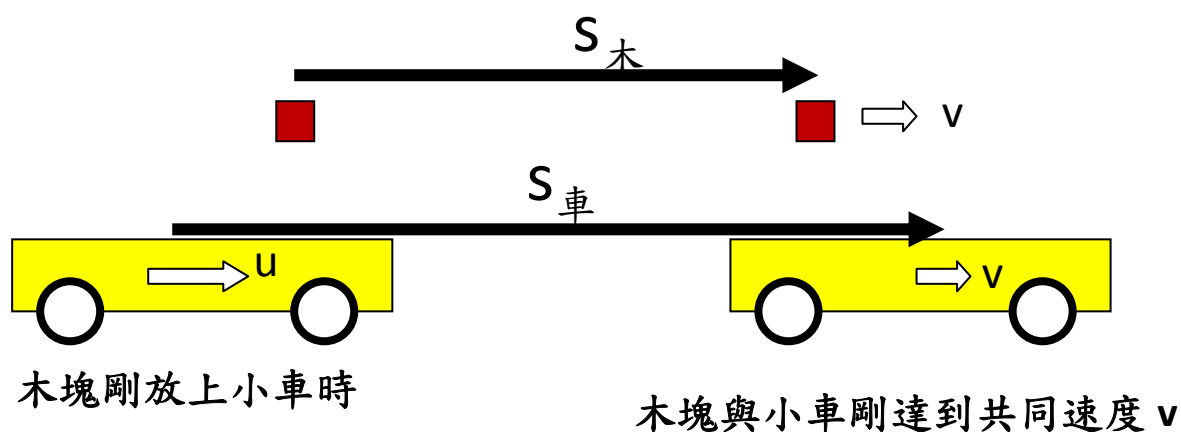
$$\therefore v^2 = u^2 + 2as$$

$$\therefore s_{\text{車}} = -\frac{M(v^2 - u^2)}{2f'} \quad \text{.....(2)}$$

另外，末速 v 可由動量守恆(conservation of momentum)求得

$$\begin{aligned} Mu &= (M+m)v \\ \text{即 } v &= \frac{Mu}{M+m} \quad \dots\dots(3) \end{aligned}$$

由 (3)，可證明 $S_{\text{木}} < S_{\text{車}}$ 。



相對地面， f 和 f' 作了甚麼功？

1. 應用「功與能量關係」於木塊

- 作用於木塊的水平力只有摩擦 f 。
- 摩擦 f 向前，位移 $S_{\text{木}}$ 也是向前。所以摩擦 f 作了正功。

- 木塊的動能由零增加至 $\frac{mv^2}{2}$ 。

- 所以
$$fs_{\text{木}} = \frac{mv^2}{2} - 0 \quad \text{.....(4)}$$

(4) 與 (1) 完全相同。

2. 應用「功與能量關係」於小車

- 作用於木塊的水平力只有摩擦 f' 。
- 摩擦 f' 向後，位移 $s_{\text{車}}$ 向前。所以摩擦 f' 作了負功。

- 木塊的動能由 $\frac{Mu^2}{2}$ 變為至 $\frac{Mv^2}{2}$ 。

- 所以
$$-f's_{\text{車}} = \frac{Mv^2}{2} - \frac{Mu^2}{2} \quad \text{.....(5)}$$

(5) 與 (2) 吻合。

3. 對整個系統(木塊+小車)作的總功

(4) + (5) ,

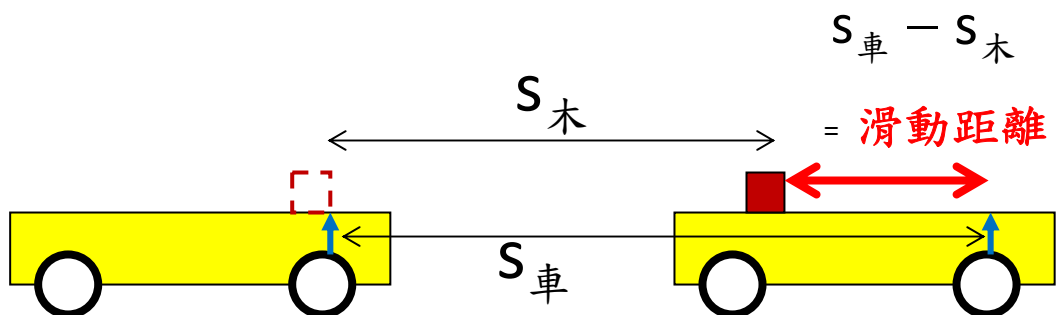
$$fs_{\text{木}} - f's_{\text{車}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{Mv^2}{2} - \frac{Mu^2}{2}$$

因為 $f = f'$ (注意 f' 只是量值, 其方向已在公式處理) 及 $S_{\text{木}} < S_{\text{車}}$, 所以

$$-f(s_{\text{車}} - s_{\text{木}}) = \frac{(m+M)v^2}{2} - \frac{Mu^2}{2} \quad \dots\dots(6)$$

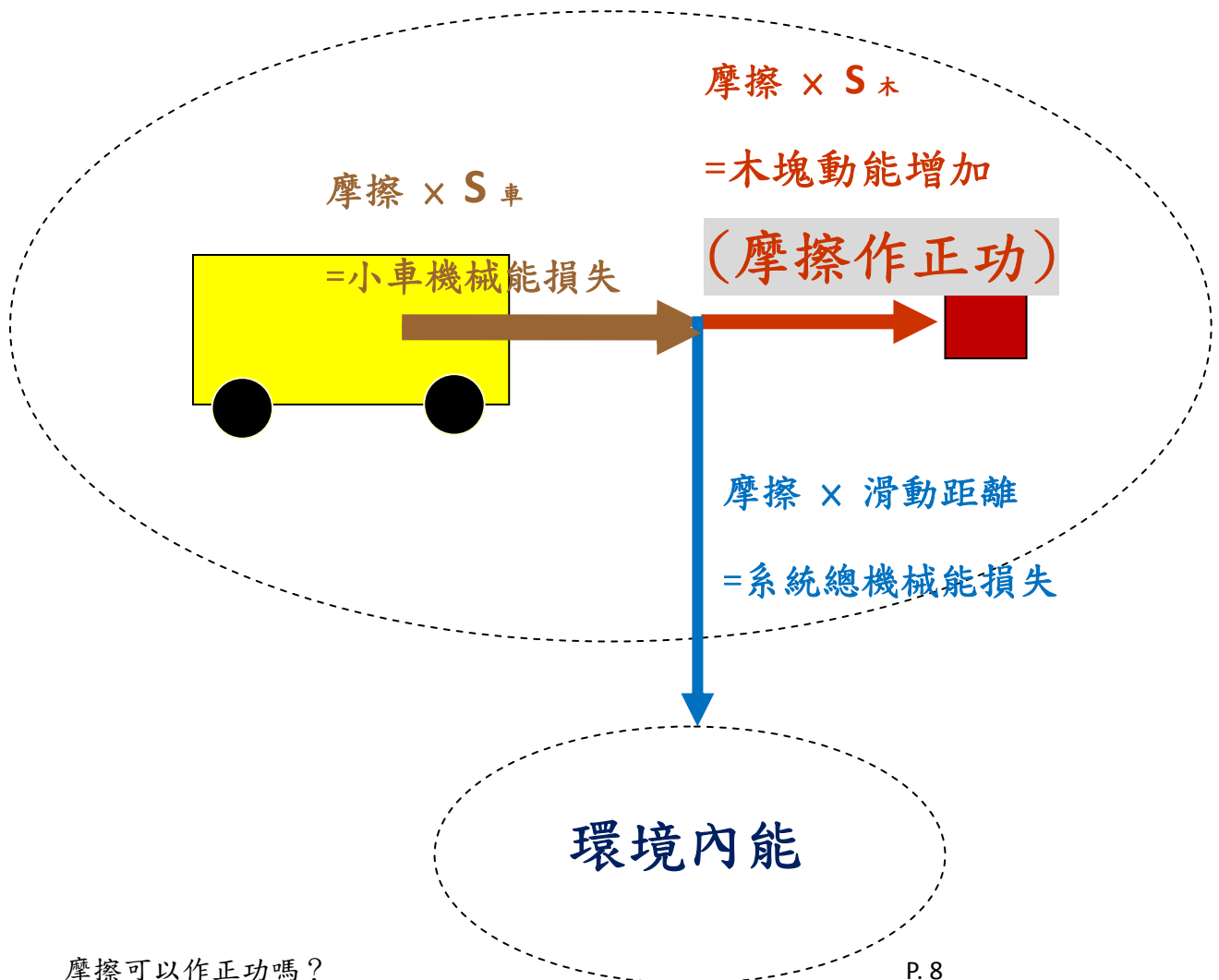
- $S_{\text{車}} - S_{\text{木}}$ 代表甚麼距離?

明顯, $S_{\text{車}} - S_{\text{木}}$ 是木塊在小車表面的滑動距離 (sliding distance)。



- $\frac{Mu^2}{2}$ 是系統原先的總機械能、 $\frac{(m+M)v^2}{2}$ 是系統最後的總機械能。 $\frac{Mu^2}{2} - \frac{(m+M)v^2}{2}$ 是系統損失的總機械能。
- 對整個系統(小車+ 木塊)來說，**摩擦作了負功**。即是整個系統的總機械能減少。損失了的動能轉化為環境內能。

例子中的摩擦作了三種功：



我們從這個例子看到

1. 對整個系統而言，摩擦作了負功。
2. 但對系統內個別物體，摩擦可以作正功；此代表系統內個別物體之間的機械能轉移。

問：摩擦可以作正功嗎？

答：可以

另一著名例子是汽車依賴路上摩擦加速，其動能增加就等於路上摩擦作的正功。

吳老師 (Chiu king Ng)

物理勿勿理(<http://ngsir.netfirms.com>)