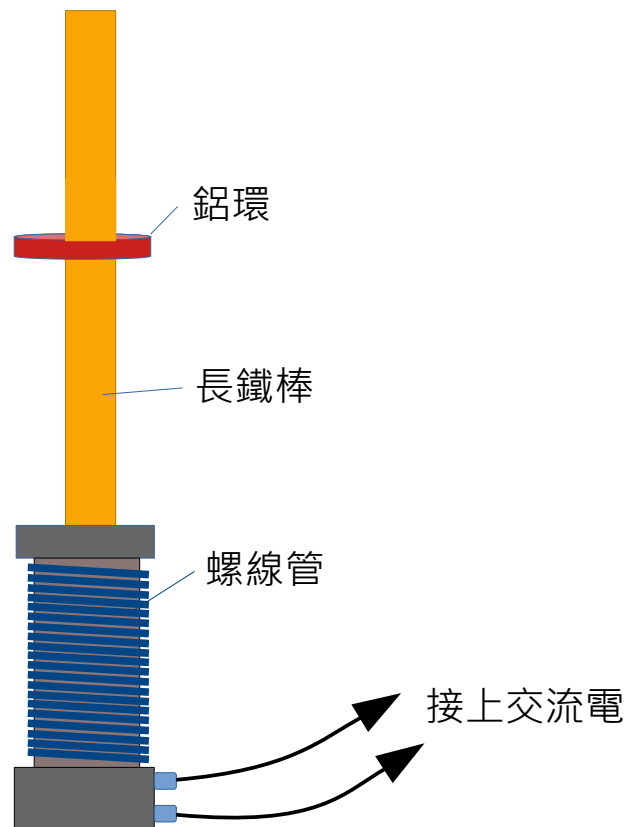


電磁感應「浮環」實驗的正確解釋



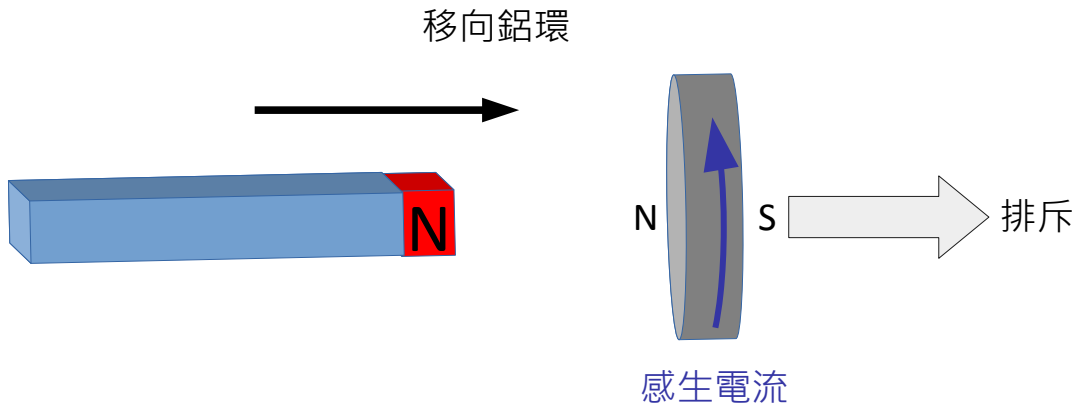
同學對這個「浮環實驗」不會陌生。老師在教授電磁感應 (electromagnetic induction) 或楞次定律 (Lenz's law) 時多時都會演示這個有趣實驗：當接上交流電後，鋁環會除除升起。若增加交流電的頻率，鋁環會再升高一些。用手把鋁環按下並突然釋放，鋁環會立即彈高，甚至會彈射離開那長長的鐵棒...

看過實驗後，同學總希望可以利用學過的理論去解釋此現象。但是，始終有一些地方想極也想不通。

想不通的地方

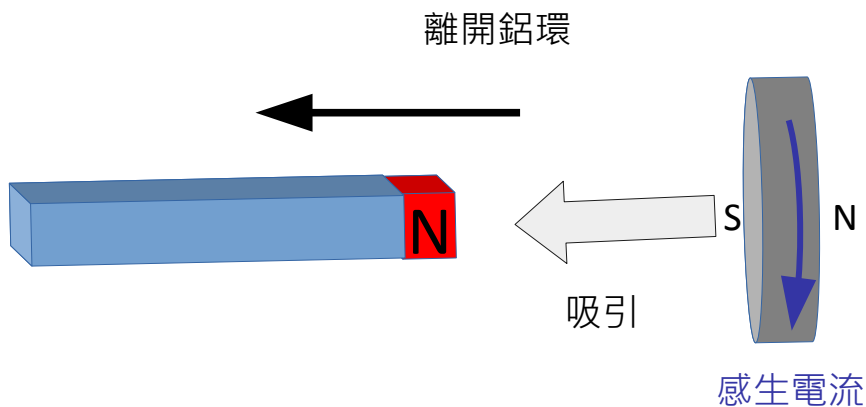
同學會想起這兩情況：

(1) 當磁棒移向鋁環時，鋁環總是會被**排斥**彈開。



通過鋁環的磁通量 (magnetic flux) 會隨磁棒移近而增加。根據「楞次定律」，**感生電流的方向必是它可產生與外來磁場相反的磁場**。如此的感生電流，造成的效果是鋁環受到磁棒的排斥力。

(2) 當磁棒移離開鋁環時，鋁環應該是會被**吸引**過去。



通過鋁環的磁通量 (magnetic flux) 會隨磁棒離開而減弱。根據「楞次定律」，**感生電流的方向必是它可產生與外來磁場同方向的磁場**。如此的感生電流，造成的效果是鋁環受到一向着磁棒的吸引力。

問題來了，「浮環實驗」中的那個多匝螺線管接上的是交流電。交流電的電流由弱變強，又由強變弱；反方向之後又由弱變強，又由強變弱...。當電流由弱轉強，情況如上述（1）般，鋁環會被排斥；但當電流由強變弱，那應該是如上述（2）般，鋁環是會被螺線管吸引過去。換句話說，鋁環受到的力會是

排斥、吸引、排斥、吸引 ...

如果在高頻之下，因為鋁環擁有一定慣性（inertia），所以鋁環受到那排斥力和吸引力所造成的效果會互相抵消。即是鋁環最終會不動（最多是作微小幅度的振動）。無論如何，是

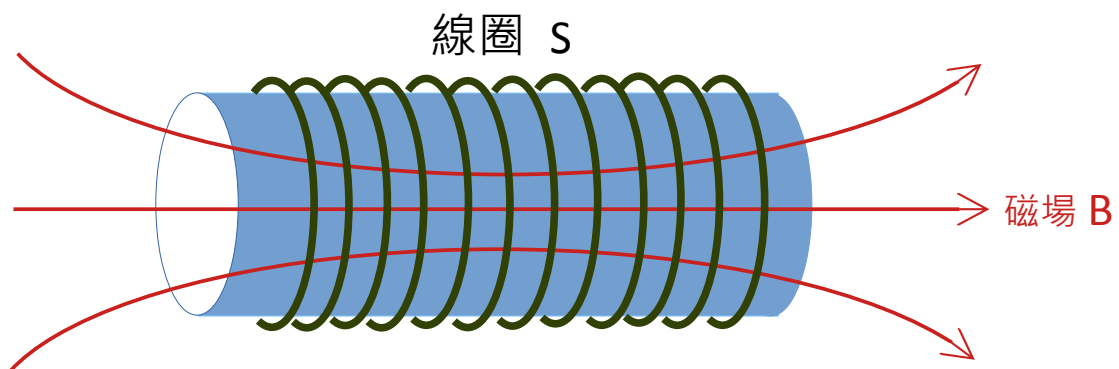
不會如實驗所看見般，鋁環總是被螺線管排斥而停留在空中！

問題在那？

「浮環實驗」是演示電磁感應？無錯！實驗是演示楞次定律？也沒錯！
但，最重要的是 **實驗演示了自感現象 (self-induction)**。

要解釋「浮環實驗」結果，其中一個途徑是考慮
鋁環的自感 (self-inductance)。

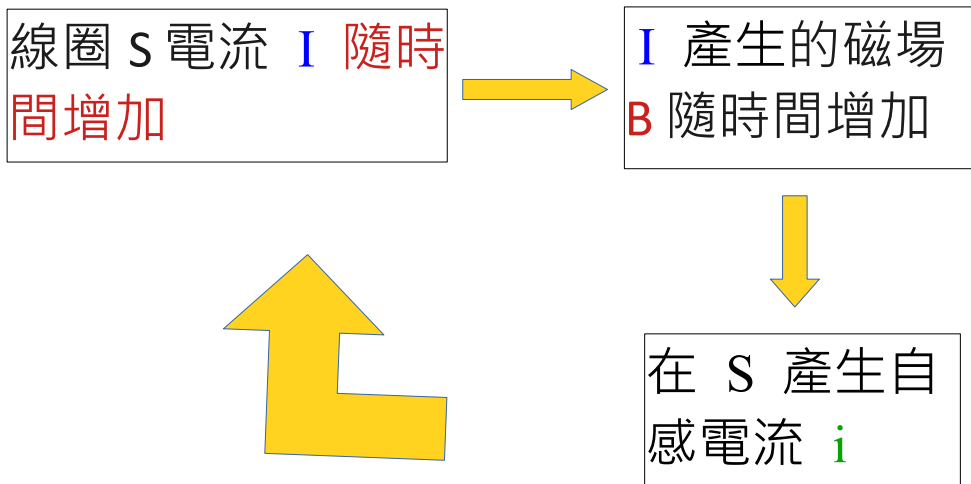
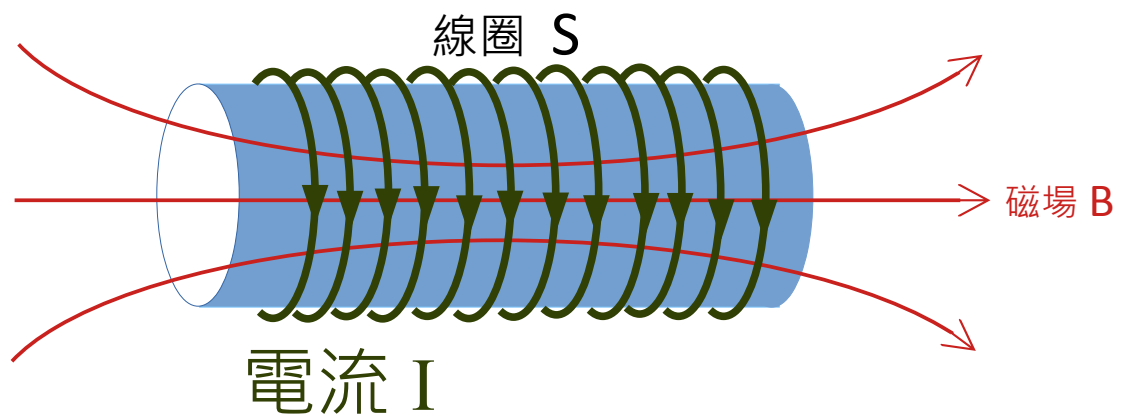
甚麼是自感？



當磁場 B 隨時間增加，線圈 S 上會產生感生電流 (induced current)。
這個磁場 B 可以是附近的另一線圈所產生，但亦可以由線圈 S 自己的電流所產生。

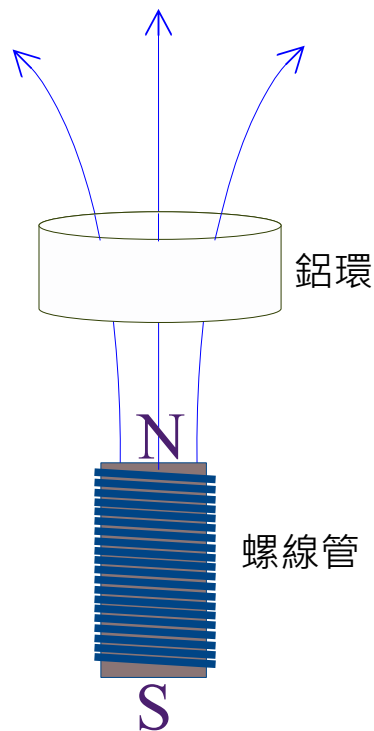
若 S 上的電流隨時間改變，它在自己的橫截面產生
隨時間改變的磁通量 (magnetic flux)，如此在 S 產生
感生電流，此現象稱為「自感應」。這感生電流
稱為「自感電流」 (self-induced current)。

若在某時刻，通過線圈 S 的電流 I 隨時間增加。

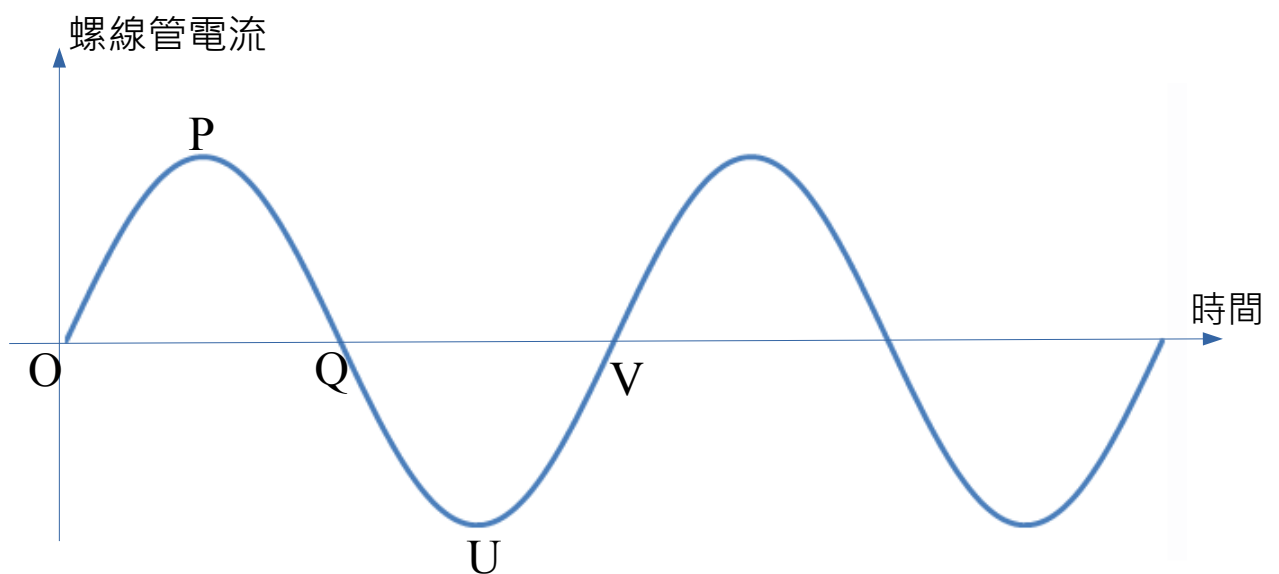


根據楞次定律，此自感電流 i 必與 I 相反（若 I 是隨時間減少，那 i 與 I 同方向）。

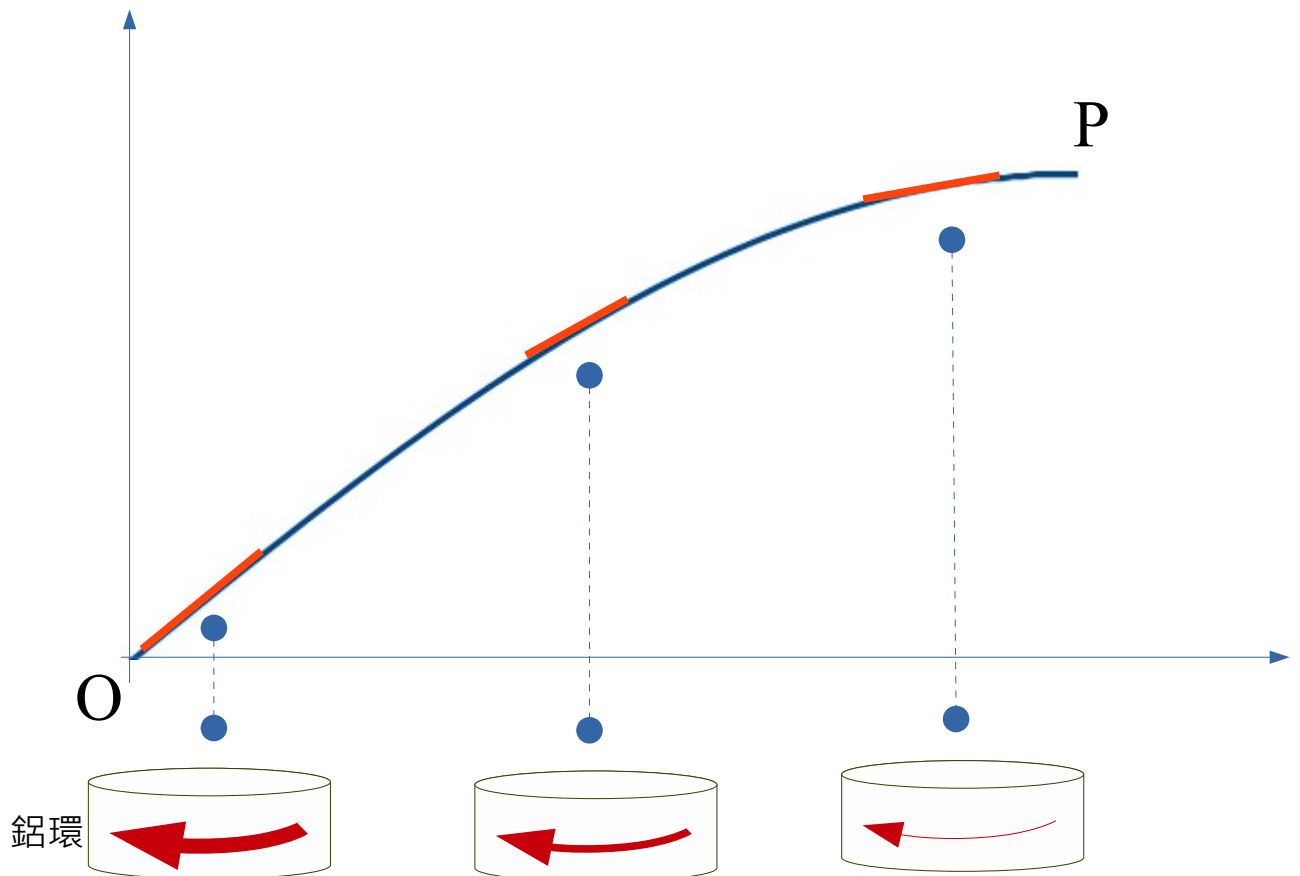
有了對「自感」的基礎認識，就可以**定性解釋**那「浮環實驗」。



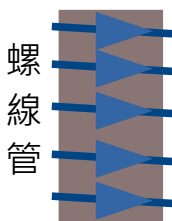
假設通過長螺線管的電流為正弦波形，如下圖所示。我們考慮 OP 和 PQ 兩段，假設此時在長螺線管頂部都會產生一 N 極，所以當時穿過鋁環的磁場如上圖所示般。



(a) 電流在 OP 段，此時電流在增加，但其變化率 (rate of change) 的量值在減少。



鋁環



螺線管

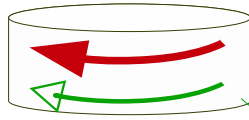
螺線管的電流隨時間增加，所以鋁環的磁通量隨時間增加。感生電流的方向與長螺線管的電流方向相反。

無疑，磁通量繼續隨時間增加，所以感生電流的流動方向沒有改變。但螺線管電流的增長率慢慢放緩（比較上圖三個時刻的斜率），所以感生電流的量值（magnitude）會隨時間減少。

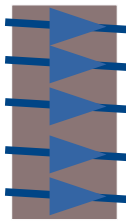
這 變弱中 的感生電流會通過自感，在鋁環產生一個與它同方向的自感電流（self-induced current）



所以此時在鋁環上會出現兩個同方向電流

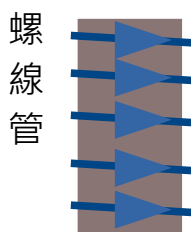
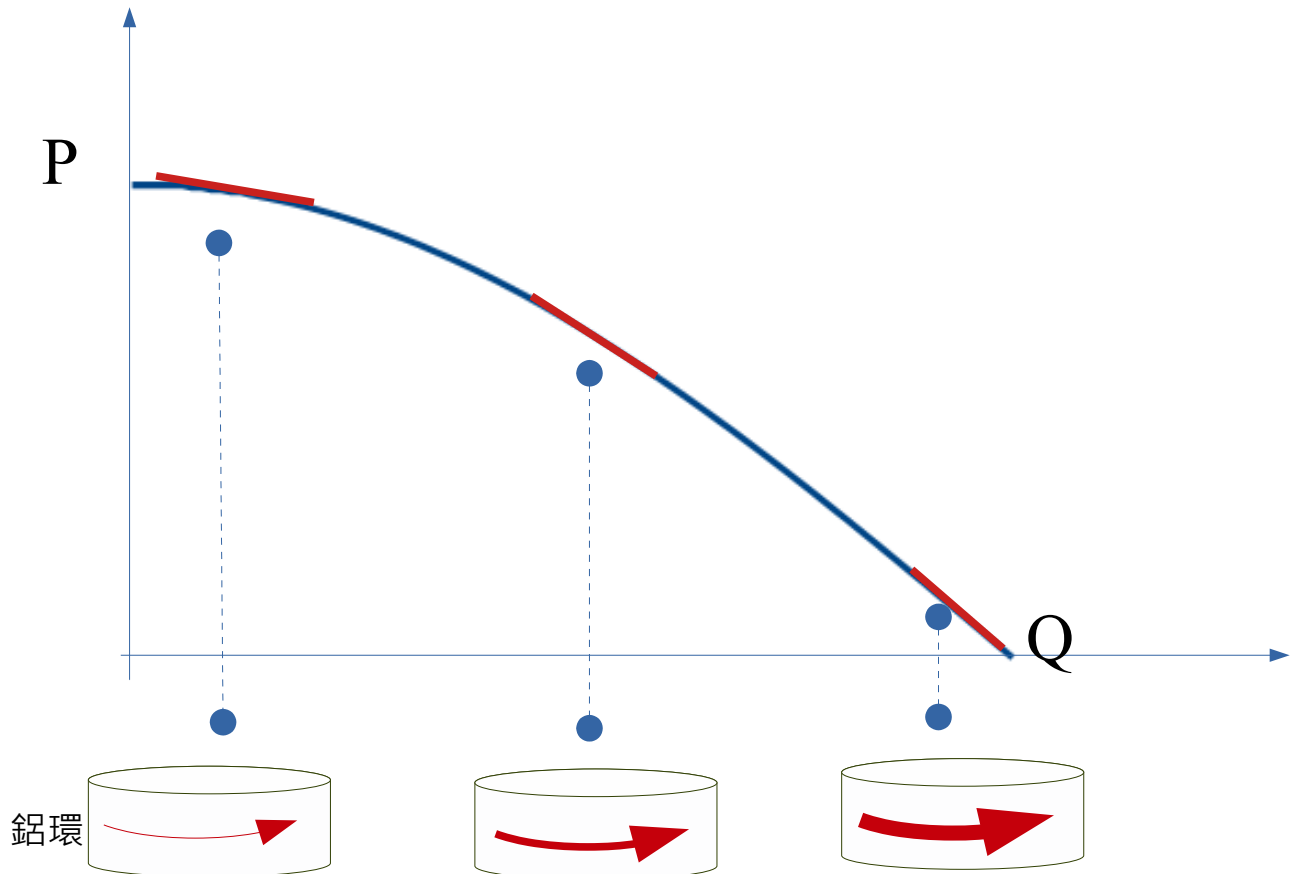


因螺線管電流隨時間增加而造成的感生電流



因感生電流變弱而造成的自感電流

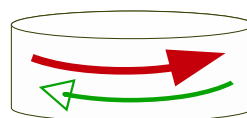
(b) 電流在 PQ 段，此時電流在減少，但其變化率 (rate of change) 的量值(magnitude) 在增加。



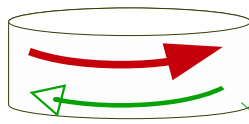
螺線管的電流隨時間減少，所以鋁環的磁通量隨時間減少。感生電流的方向與長螺線管的電流方向相同。

無疑，磁通量繼續隨時間減少，所以感生電流的流動方向沒有改變。但螺線管電流的增長率增加着（比較上圖三個時刻的斜率），所以感生電流的量值（magnitude）會隨時間增大。

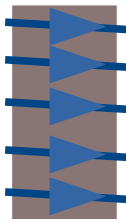
這 增強中 的 **感生電流** 會通過自感，在鋁環產生一個與它反方向的 **自感電流**（ self-induced current ）



所以此時在鋁環上出現了兩個反方向電流：



因螺線管電流隨時間減少而造成的感生電流



因感生電流漸增強而造成的自感電流

電流之間的作用力：

OP 段	PQ 段
<p>排斥 (F_1)</p>	<p>相吸 (F_2)</p>
<p>排斥 (F_3)</p>	<p>排斥 (F_4)</p>

讀者可自行探討後半週期的情況。結果只是上表內所有箭矢均倒轉了方向。排斥的仍然是排斥；相吸的仍然是相吸。

現在，弄明白了

1. 螺線管電流隨時間變化，所以在鋁環會產生感生電流。這只會令螺線管和鋁環之間出現交替的排斥和相吸力。平均之後就是零。
2. 這感生電流本身也隨時間改變，這會在鋁環產生自感電流。

螺線管電流與自感電流之間總

是互相排斥！我們看見浮環能夠浮在空中就是這個排斥力造成。

定量解釋

物理學者對這實驗已有不少詳盡的定量分析，唯適合高中同學閱讀的不多。以下這篇刊登在 The Physics Teacher 的文章已算是比較淺白。有興趣的讀者可以參考一下。

題目：Forces on the jumping ring 作者：Jonathan Hall

連結：<https://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.2344599>

以上連結只可看到文章的首頁，但已包括了 “Theory” 那部份。

這裡，我們也可以很簡單說一說所涉及的數學。

大線圈以下標 p 表示，而鋁環則以下標 s 表示。
運用基爾霍夫電路定律 $\Sigma \text{e.m.f.s} = \Sigma \text{p.d.s}$ 於鋁環，

$$-N_s \frac{d\Phi}{dt} - L_s \frac{dI_s}{dt} = I_s R \quad , \quad \dots\dots\dots(1)$$

其中 L_s 是鋁環的自感，磁通量 Φ 是鐵芯磁場。
假設 $I_p = I_{po} \sin(\omega t)$ ，所以磁通量 Φ 可滿足

$$N_p \Phi = L_p I_p = L_p I_{po} \sin(\omega t) \quad \circ \quad \dots\dots\dots(2)$$

把 Φ 代入式 (1)，得

$$L_p \frac{dI_s}{dt} + I_s R = -\frac{N_s}{N_p} L_p I_{po} \omega \cos(\omega t) \quad \dots\dots\dots(3)$$

式 (3) 是一條簡單的 ODE，其解是

$$I_s = -\frac{L_p (N_s/N_p) I_{po} \omega}{R^2 + (L_s \omega)^2} (R \cos(\omega t) + L_s \omega \sin(\omega t)) \quad \dots\dots\dots(4)$$

I_s 中括號內的 $R \cos(\omega t)$ 是感生電流，而 $L_s \omega \sin(\omega t)$ 則是自感電流。

因為 $I_p = I_{po} \sin(\omega t)$ ，所以 I_p 與感生電流的相互作用力是
 $\sim \sin(\omega t) \cos(\omega t)$ ，其時間平均 $\langle \sin(\omega t) \cos(\omega t) \rangle = 0$ 。

而 I_p 與感生電流的相互作用力是 $\sim \sin^2(\omega t)$ ，其時間平均
 $\langle \sin^2(\omega t) \rangle$ 為非零。

以 變 壓 器 作 解 釋

其實，「浮環實驗」的實驗裝置就是一具變壓器 (transformer)。那處於下面的螺線管就是原線圈 (primary coil)；上面的鋁環就是副線圈 (secondary coil)；負載電阻是鋁環的內阻。正確的變壓器理論必須已考慮了副線圈 (鋁環) 的自感。如果以正確的 (理想) 變壓器去考慮「浮環實驗」，那螺線管與鋁環之間互相排斥是一件 顯而易見 的結果。

有興趣的讀者請參考筆者的另一篇文章：

變壓器的基本運作原理是電磁感應。但理想變壓器的兩個著名比 (電壓正比於匝數、 電流反比於匝數) 又必然表示鐵芯內的磁場在甚麼時刻皆零。這矛盾是甚麼一回事？

作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

<http://phy.hk>

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數

